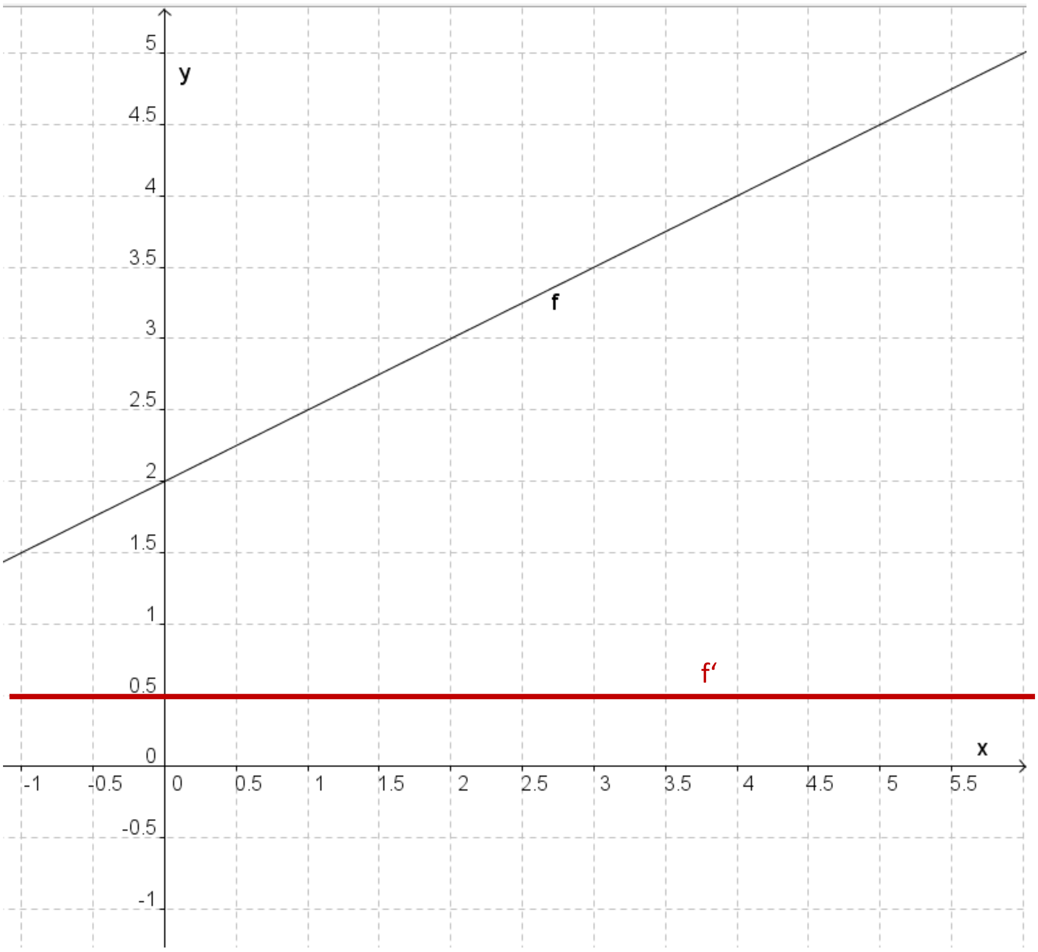
Prototypische Schularbeit 2 Klasse 7 Lösungserwartung

LÖSUNGEN

TEIL 1 Arbeitszeit: 50 min

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = x^2 + 2$. Begründen Sie, warum die Steigung der Sekante durch die Punkte A(0|2) und C(3|11) eine weniger gute Näherung für die Tangentensteigung im Punkt A ist als die Steigung der Sekante durch die Punkte A und B(1|3)! Die Näherung durch die Sekante durch die Punkte A und C ist schlechter, da der Punkt C weiter von A entfernt liegt.	AN 1.2.
Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 5 - x^2$. Bestimmen Sie die Steigung der Tangente im Punkt P(3/y)! Steigung der Tangente in P: k = -6	AN 1.3.
Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 6x^2 + x$. Kreuzen Sie die beiden Funktionsgleichungen an, deren 1. Ableitung durch die Gleichung der Funktion f gegeben ist!	AN 2.1.

$y = 2x^3 + \frac{x^2}{2}$	x
$y = x^3 + \frac{x^2}{2}$	
$y = 2 + 2x^3 + \frac{x^2}{2}$	x
$y = \frac{x^2}{2} + 2x^3 + x$	
$y = 6x^3 + x^2$	

Die Funktion *f* gibt für einen bestimmten Zeitraum die Temperatur wieder. Geben Sie an, was mit der Ableitungsfunktion *f'* dieser Funktion *f* beschrieben werden kann! Mit der Ableitungsfunktion *f'* kann man die Änderung der Temperatur mit der Zeit beschreiben.	AN 3.1.
Gegeben ist der Graph einer Funktion *f*. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion *f'* in das gleiche Koordinatensystem ein! 	AN 3.2.

AN 3.3.

Gegeben ist der Punkt E (a|b) einer Polynomfunktion f dritten Grades.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) = 0$	
E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) < 0$	x
E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$	x
E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) > 0$	
E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) < 0$	

FA 2.4.

Geben Sie die Gleichung einer Funktion f an, welche die Eigenschaft
$f(x+1) = f(x) + 5$ erfüllt!

Jede angegebene Funktion der Form $f(x) = 5x + c$, mit einem beliebigen Wert von c, *ist als richtig zu werten.*

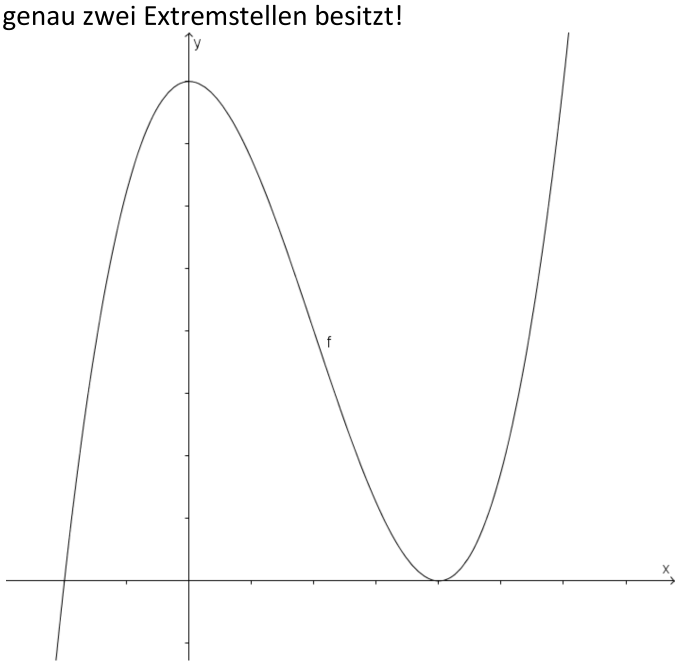
FA 4.4.

Geben Sie die Gleichung einer Polynomfunktion f vom Grad kleiner oder gleich vier an, welche genau eine Wendestelle besitzt!

$f(x)$ = beliebige Polynomfunktion dritten Grades.

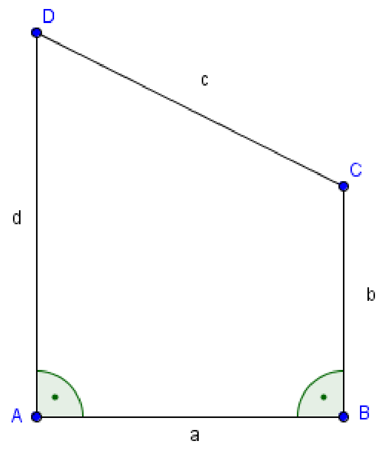
FA 1.5.

Skizzieren Sie den Graphen einer Polynomfunktion f, welche genau zwei Nullstellen und genau zwei Extremstellen besitzt!

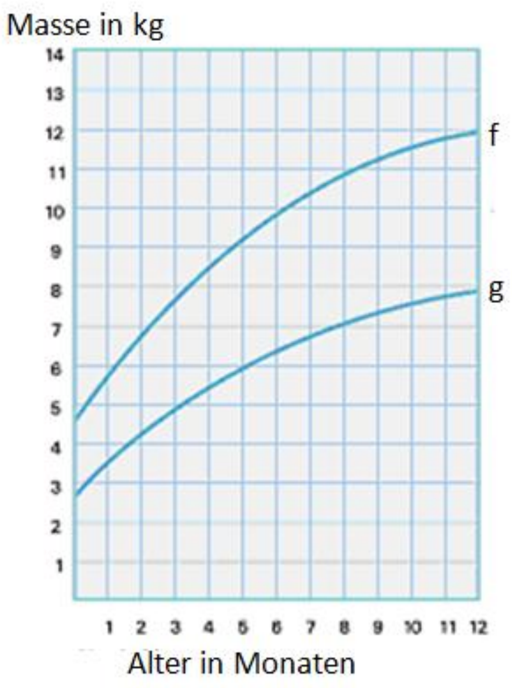


Die Lösung muss qualitativ den dargestellten Kurvenverlauf haben. Horizontale Verschiebungen, Stauchungen und Spiegelung an der x – Achse sind möglich.

Überprüfen Sie mittels Rechnung, ob die folgende Aussage für die Sinusfunktion gilt: $f''(x) = -f(x)$ $f(x) = \sin(x)$ $f'(x) = \cos(x)$ $f''(x) = -\sin(x)$ Aussage ist richtig. Es müssen beide Ableitungen angegeben werden.	FA 6.6.

Eine sehr steile Straße besitzt eine Steigung von 25%. Das heißt, dass sie bei einer horizontalen Entfernung von 100 m einen Höhenunterschied von 25 m aufweist. Berechnen Sie den Steigungswinkel α der Straße in Grad! $$\tan(\alpha) = \frac{25}{100} \Rightarrow \alpha = 14{,}04°$$	WH AG 4.1.
Von einer ebenen Figur kennt man die Längen der Strecken von a, b und d. Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge c auf!  $$c = \sqrt{a^2 + (d-b)^2}$$ Alle dazu äquivalenten Terme sind als richtig zu werten.	WH AG 2.1.

TEIL 2 Arbeitszeit: 50 min LÖSUNGEN

Aufgabe A: Die Entwicklung der Masse von Babies Die folgende Graphik beschreibt die Entwicklung der Masse von Babies im ersten Lebensjahr. Der Bereich zwischen den Graphen f und g wird als Normalbereich definiert. 	
• Bestimmen Sie die mittlere Wachstumsgeschwindigkeit (in kg/Monat) eines Babys im ersten Lebensjahr, dessen Masse sich nach dem Graphen g entwickelt! Runden Sie notwendige Daten der Graphik auf kg. $\frac{8-3}{12-0} = 0{,}42\ kg/Monat$ • In welchem Alter entspricht die soeben errechnete mittlere Wachstumsgeschwindigkeit in etwa der momentanen Wachstumsgeschwindigkeit? Begründen Sie ihre Antwort! In etwa im Alter von 5 bis 6 Monaten, weil hier die Tangente an den Graphen parallel zur Sekante durch die Punkte (0|3) und (12|8) ist.	AN 1.3.

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

- Berechnen Sie, um wie viel Prozent die schwersten normalgewichtigen Babys im Alter von 12 Monaten schwerer sind, als die leichtesten normalgewichtigen Babys desselben Alters!

  Sie sind um 50% schwerer.

- Kann der Kurvenverlauf von f und g durch eine Exponentialfunktion mit der Gleichung $y = a \cdot e^{k \cdot t}$ beschrieben werden? Begründen Sie ihre Antwort!

NEIN! Es gibt keinen konstanten prozentuellen Zuwachs pro Zeiteinheit.

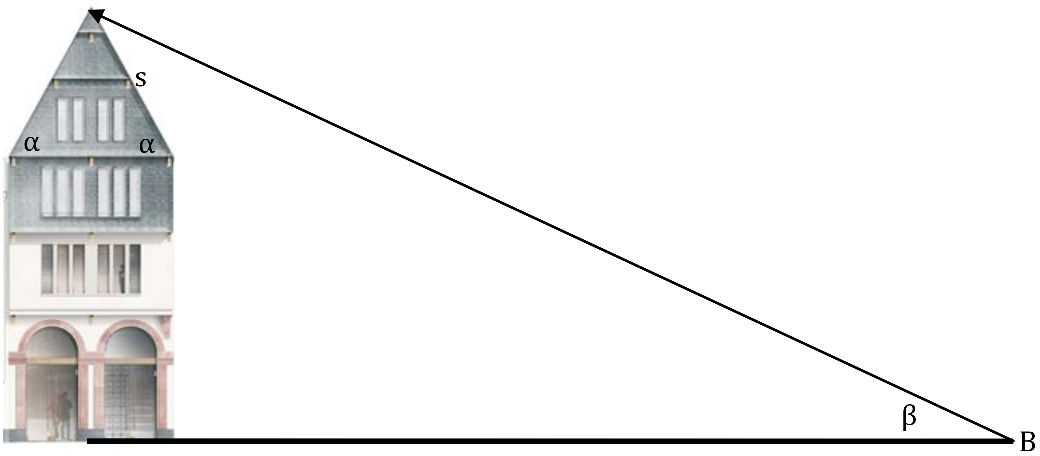
Oder: Weil f und g rechtsgekrümmt und monoton steigend sind.

</td><td>AN 1.1.

FA 5.6.</td></tr>
<tr><td>

Aufgabe B: Das Stadthaus

Ein sehr schmales Stadthaus hat eine Gesamthöhe von 12 m und eine Breite von 6 m. Das Dach ist unter einem Winkel α gegen die Horizontale geneigt. Die Höhe des Daches beträgt 1/3 der Gesamthöhe.
25 m von der Symmetrieachse des Stadthauses entfernt befindet sich ein Beobachter B.



(Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)

</td><td>WH</td></tr>
<tr><td>

- Berechnen Sie die Länge der Dachschräge s!

  $3^2 + 4^2 = s^2$ also: s = 5 m

- Berechnen Sie den Winkel β, unter dem der Beobachter B das Stadthaus betrachtet!

  $$\tan(\beta) = \frac{12}{25} \Rightarrow \beta = 25{,}64°$$

</td><td>AG 4.1.</td></tr>
</table>

• Das Gebäude soll ein neues Dach erhalten. Begründen Sie verbal, warum sich bei einer Halbierung des Winkels α die Länge der Dachschräge s nicht halbieren würde! Weil der Winkel α und die Länge der Dachschräge s nicht direkt proportional zueinander sind. • Interpretieren Sie den Term $8 \cdot 6 + \frac{s^2 \cdot \sin(180-2\alpha)}{2}$ hinsichtlich dieses Gebäudes! Mit Hilfe dieses Terms kann man die Frontfläche des Gebäudes berechnen.	FA 2.6. AG 2.1. +LP

Aufgabe C: Die Wurfweite Ein Objekt wird in ebenem Gelände unter einem Abschusswinkel β (gemessen zur Horizontalen) und einer Abschussgeschwindigkeit v_0 (gemessen in m/s) abgeschossen. Zwischen der horizontalen Entfernung *x* (in m) vom Abschusspunkt und der Wurfhöhe *y* (in m) besteht folgender funktionaler Zusammenhang: $$\boldsymbol{y(x) = \tan(\beta) \cdot x - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot (\cos\beta)^2} \cdot x^2}$$ Dabei ist *g* die Erdbeschleunigung mit dem Wert *g* = 9,81 m/s². Der Luftwiderstand wird hierbei vernachlässigt.	
• Ein Objekt wird unter dem Winkel β = 45° und der Abschussgeschwindigkeit v_0 = 10 m/s abgeschossen. Berechnen Sie die Wurfhöhe *y* des Objekts bei einer horizontalen Entfernung *x* = 5m vom Abschusspunkt! *y* = 2,55 m • Deuten Sie die Nullstellen von *y*(*x*) in diesem Zusammenhang! Die Nullstellen geben Abschussort und Auftreffort des Geschosses an.	AG 2.1. FA 1.5.
• Geben Sie eine allgemeine Formel für die Entfernung vom Abschusspunkt an, bei der die Wurfhöhe maximal ist! $$y'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{\tan(\beta) \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\beta)}{g}$$ Alle dazu äquivalenten Terme sind als richtig zu werten. • Zeigen Sie mit Hilfe der zweiten Ableitung von y, dass es sich dabei tatsächlich um die maximale Wurfhöhe handelt! $$y''(x) = -\frac{g}{v_0^2 \cdot \cos^2(\beta)} < 0$$	AN 3.3.

Quellen:

http://www.google.at/imgres?q=gewicht+entwicklung&um=1&hl=de&safe=off&biw=1280&bih=941&tbm=isch&tbnid=Bl-o6pOgfP1A6M:&imgrefurl=http://novalac.care-force.de/index.php%3Fsite%3Dc206&docid=zJoejfTnStttKM&imgurl=http://novalac.care-force.de/image/novalac_ernaerungslexikon/gewicht_01.png&w=222&h=262&ei=-4WmUJKEH9OL4gS12YG4Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=879&vpy=185&dur=672&hovh=209&hovw=177&tx=80&ty=125&sig=105972204429202301737&page=1&tbnh=127&tbnw=101&start=0&ndsp=24&ved=1t:429,r:3,s:0,i:75