Übungen zur Integralrechnung

Das Bestimmte Integrale

1. *L: 54,914; 55,086; 55;*

Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen­s­tücks, welches oberhalb der - Achse liegt. Wähle

1. *L: 26,960; 27,040; 27;*

Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen­s­tücks. Wähle .

1. *L: 12,776; 12,824; 12,8;*

Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen­s­tücks. Wähle .

1. *L: 1,997; 2,003; 2;*

Berechne den Inhalt des Flächenstücks über dem Intervall .

Wähle .

1. *L: 3,1415; 3,1417;*

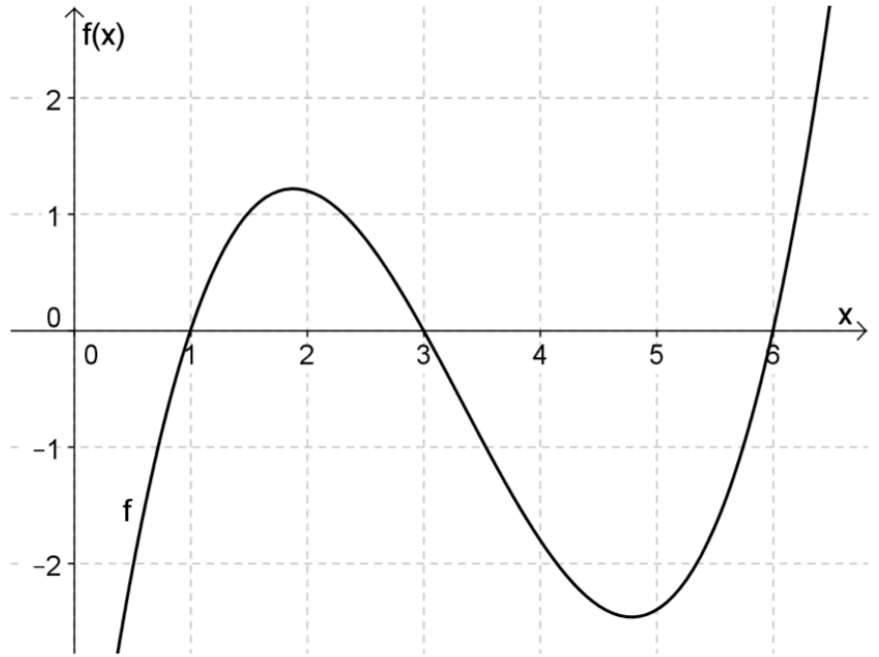
Berechne die Fläche über dem Intervall . Wähle .

Das exakte Ergebnis ist. Das Integral ist mit unseren Methoden nicht integrier­bar*.*

1. *L: ---*

Die stetige reelle Funktion mit dem abgebildeten Graphen hat Nullstellen bei

und .



Welche der folgenden Aussagen ist/sind zutreffend?

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. *L: ---*

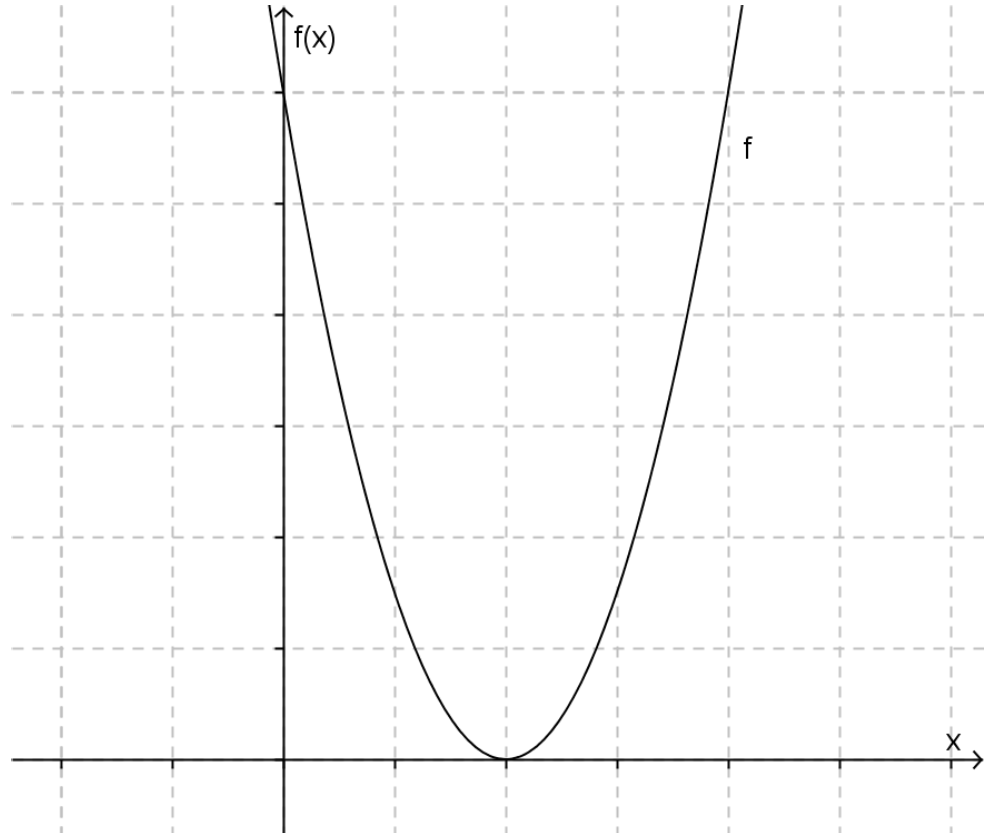
Nachstehend werden Aussagen zu Funktionen und deren Stammfunktionen angeführt.

Kreuzen die zutreffende(n) Aussage(n) an.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ist eine Stammfunktion von , so gilt: | | | |  | ⭘ |
| Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen und ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von und . | | | | | ⭘ |
| ist immer eine Stammfunktion von . | | | | | ⭘ |
| Wenn |  | dann ist eine Stammfunktion von . | | | ⭘ |
| Für beliebige Funktionen und gilt: | | |  | | ⭘ |

1. *L: ---*

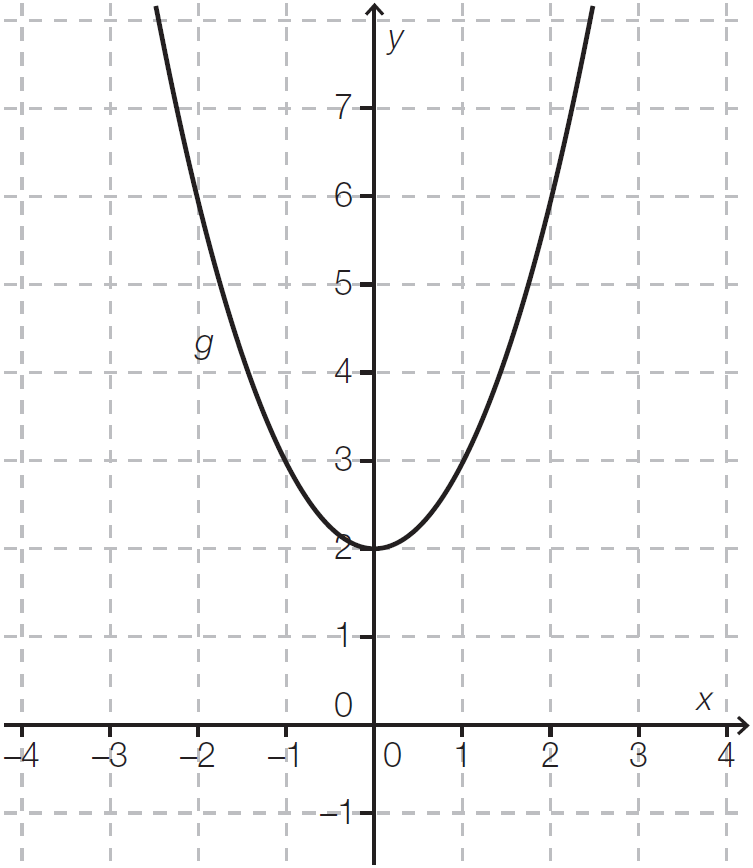
Zeichne den Graphen einer Stammfunktion der Funktion in die Abbildung ein.



1. *L: ---*

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Funktion dargestellt.

Zeichne im vorgegebenen Koordinatensystem den Graphen einer Funktion () ein, die die gleiche Ableitungsfunktion wie die Funktion hat.



1. *L: ---*

Es gilt die Aussage:

„Besitzt eine Funktion eine Stammfunktion, so besitzt sie sogar unendlich viele. Ist nämlich eine Stammfunktion von , so ist für jede beliebige reelle Zahl auch die durch definierte Funktion eine Stammfunktion von .“

(Quelle: Wikipedia)

Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage ent­steht. Kreuze in der ersten und der zweiten Spalte jeweils den zutreffenden Ausdruck an.

Ist die Funktion eine Stammfunktion der Funktion , dann gilt ➀ .

Gilt zudem ➁ , dann ist auch die Funktion eine Stammfunktion von

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ➀ | |  | ➁ | |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |

1. *L: ---*

Der Begriff des bestimmten Integrals soll erklärt werden.

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Text­bausteine so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Ein bestimmtes Integral kann als ➀ einer/eines ➁ gedeutet werden

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ➀ | |  | ➁ | |
| Summe | ⭘ |  | Grenzwertes von Summen | ⭘ |
| Produkt | ⭘ |  | Summe von Produkten | ⭘ |
| Grenzwert | ⭘ |  | Produktes von Grenzwerten | ⭘ |

1. *L: ---*

Gegeben sind die Funktionen und und die Konstante .

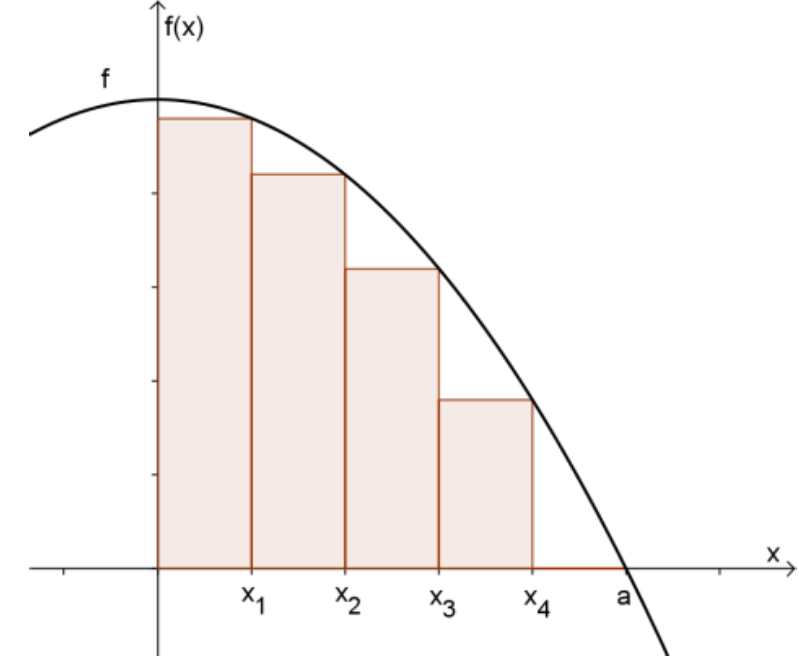
Es gilt der Zusammenhang

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

|  |  |
| --- | --- |
| ist eine Stammfunktion von | ⭘ |
| ist eine Stammfunktion von | ⭘ |
| ist eine Stammfunktion von | ⭘ |
| ist eine Stammfunktion von | ⭘ |
| ist eine Stammfunktion von | ⭘ |

1. *L: ---*

Der Graph der in der nachstehenden Abbildung dargestellten Funktion schließt mit der - Achse im 1. Quadranten ein Flächenstück ein.



Der Inhalt dieses Flächenstücks kann mit dem Ausdruck

näherungsweise berechnet werden.

Gib die geometrische Bedeutung der Variablen an und beschreibe den Einfluss der An­zahl der Teilintervalle von auf die Genauigkeit des Näherungswertes für den Flächeninhalt .

Das unbestimmte Integral

1. Berechne folgende Integrale und führe die Probe durch.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  |  |
| b) |  |  |
| c) |  |  |

1. Berechne folgende Integrale und führe die Probe durch.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  |  |
| b) |  |  |
| c) |  |  |
| d) |  |  |
| e) |  |  |
| f) |  |  |
| g) |  |  |

1. Berechne folgende Integrale und führe die Probe durch.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  |  |
| b) |  |  |
| c) |  |  |
| d) |  |  |
| e) |  |  |

1. Berechne folgende Integrale und führe die Probe durch.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  |  |
| b) |  |  |
| c) |  |  |
| d) |  |  |
| e) |  |  |

1. Berechne folgende Integrale und führe die Probe durch.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  |  |
| b) |  |  |
| c) |  |  |
| d) |  |  |
| e) |  |  |

1. *L: ---*

Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Nur eine Rechnung ist richtig. Die Integrationskonstante wird in allen Fällen mit an­genommen. Kreuze die korrekte Rechnung an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. L: ---

In einem bestimmten Integral oder einem unbestimmten Integral heißt die zu integrierende Funktion Integrand. Eine Funktion für die gilt , ist eine Stammfunktion von .

Ordne den Graphen der Stammfunktionen die passenden Integranden zu.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | A |  |
| B |  |
|  |  |  | C |  |
| D |  |
|  |  |  | E |  |
| F |  |
|  |  |  |  |  |

1. *L: ---*

Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Die Integrations­konstante wird in allen Fällen mit an­genommen.

Kreuze die beiden korrekten Rechnung an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. *L: ---*

Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Die Integrations­konstante wird in allen Fällen mit an­genommen.

Kreuze die beiden korrekten Rechnung an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. *L: ---*

|  |  |
| --- | --- |
| Berechne: |  |

1. *L: ---*

Es sei eine reelle Funktion und eine reelle Zahl.

Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

Flächenberechnungen

1. *L: 56;*

Gegeben ist eine Funktion .

1. Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen-s­tücks.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
5. *L: 27*;

Gegeben ist eine Funktion

1. Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen­stücks.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
5. *L:*;

Gegeben ist eine Funktion .

1. Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen-stücks.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
5. *L:*;

Gegeben ist die Funktion .

1. Berechne den Inhalt, des vom Graphen von und der - Achse begrenzten Flächen-stücks.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.

Gegeben ist eine Funktion .

1. Bestimme die Nullstellen und Extremstellen im gegebenen Intervall.
2. Berechne die Fläche zwischen der Funktion und der – Achse im gegebenen Inter­vall.
3. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen im gegebenen Intervall.
4. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen im gegebenen Intervall.
5. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch
6. *L:*

Gegeben sind die Funktionen und .

1. Die beiden Funktionen schließen unendlich viele gleichartige Flächen­stücke ein.

Berechne den Flächeninhalt eines solchen Flächen­stücks.

1. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
2. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
3. Ist die Funktion bzw. achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch?
4. *L:*

Gegeben sind die Funktionen und

1. Berechne den Flächeninhalt der von und eingeschlossenen Flächenstücke.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
5. Berechne die Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel.
6. *L: ;*

Gegeben sind die Kurven und .

1. Berechne den Flächeninhalt des von den Kurven und eingeschlossenen Flächen­stücks.
2. Bestimme die Definitionsmenge der Kurven und
3. *L:*

Gegeben ist die Kurve .

1. Berechne die Nullstellen und lokalen Extrempunkte der Kurve .
2. Berechne den Inhalt des von der Kurve begrenzten Flächenstücks.
3. Bestimme die Definitionsmenge der Kurven .
4. *L:*

Gegeben ist die Funktion .

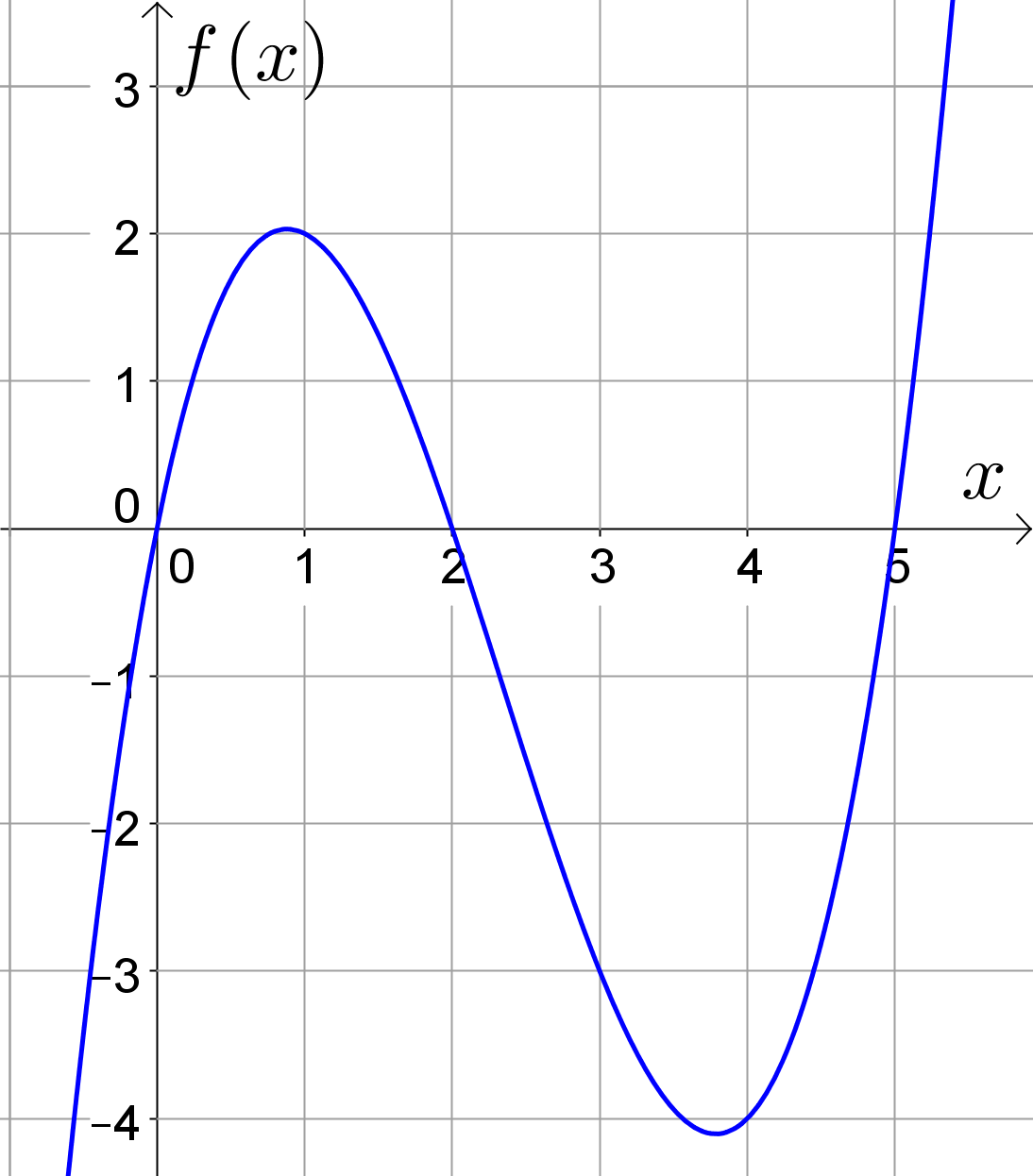
1. Berechne den Inhalt des vom Graphen von und der – Achse begrenzten Flächen-stücks.
2. Ermittle die Monotoniebereiche und lokalen Extremstellen.
3. Ermittle die Krümmungsbereiche und Wendestellen.
4. Ist die Funktion achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
5. *L: 48;*

Gegeben sind die Kurven und

1. Berechne den Flächeninhalt des von den Kurven und eingeschlossenen Flächen­stücks.
2. Bestimme die Definitionsmenge der Kurven und
3. *L: ---*

Gegeben ist der Graph einer Funktion .

Gib einen Term an mit dem der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion und der - Achse berechnet werden kann.



1. *L: ---*

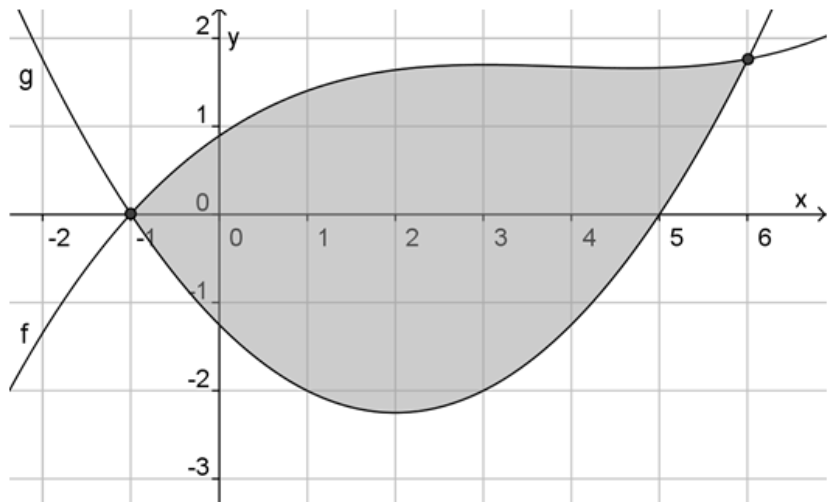
Gegeben ist die Funktion . Die nachstehende Tabelle zeigt Graphen der Funktion mit unterschiedlich schraffierten Flächenstücken.

Beurteile, ob die nachstehend angeführten Integrale den Flächeninhalt einer der markierten Flächen ergeben, und ordne entsprechend zu.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | A |  |
| B |  |
|  |  |  | C |  |
| D |  |
|  |  |  | E |  |
| F |  |
|  |  |  |  |  |

1. *L: ---*

Die Funktionsgraphen von und schließen ein gemeinsames Flächenstück ein.



Mit welchen der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln?

Kreuzen die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an!

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

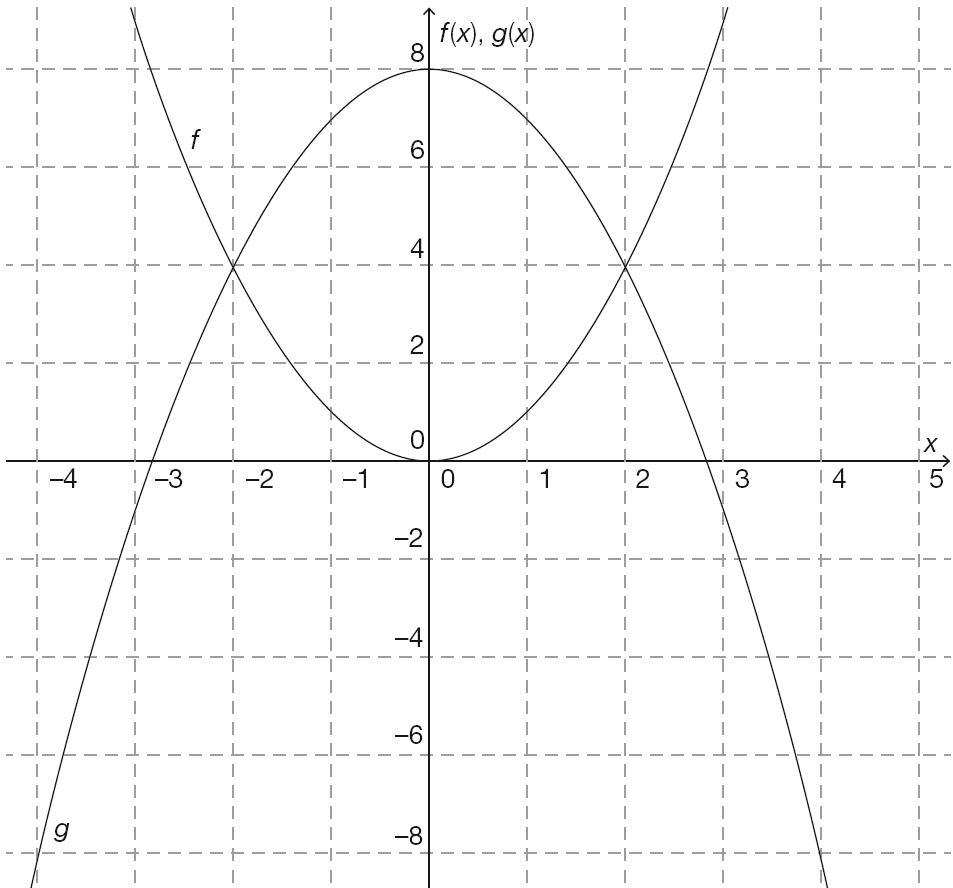
1. *L: ---*

Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion , der positiven - Achse und der Geraden mit der Gleichung () eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten. Berechne den Wert .

1. *L: ---*

Gegeben sind die beiden reellen Funktionen und mit den Gleichungen und . Im nachstehenden Koordinatensystem sind die Graphen der beiden Funktionen und dargestellt.

Schraffiere jene Fläche, deren Größe mit berechnet werden kann.

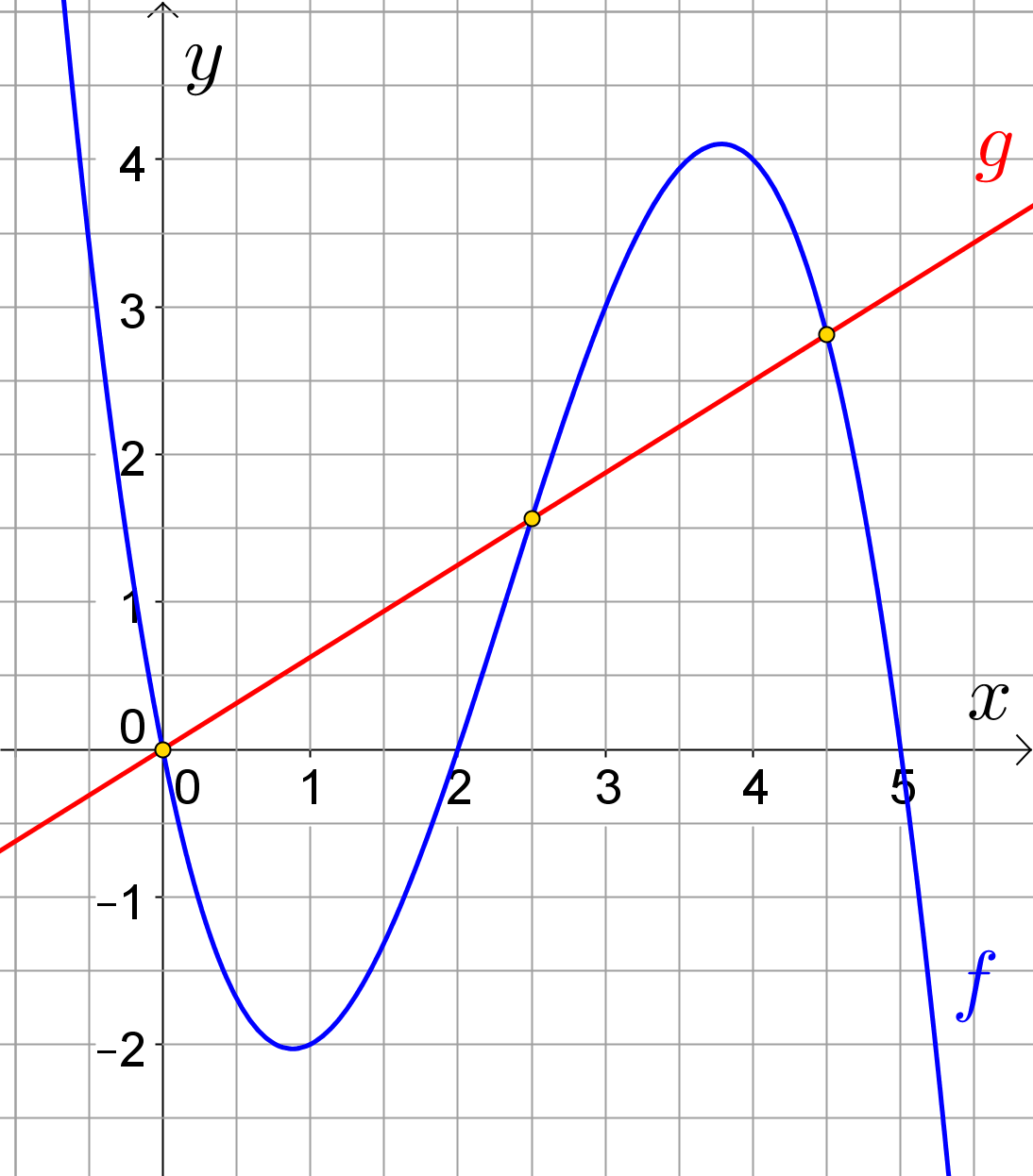


1. *L: ---*

In folgender Abbildung sind die Graphen zweier Funktionen f und g dargestellt.

Die Graphen schneiden sich an den Stellen und .

Gib einen Term an mit dem der Inhalt der von den Funktionen und eingeschlossenen Flächenstücke berechnet werden kann.



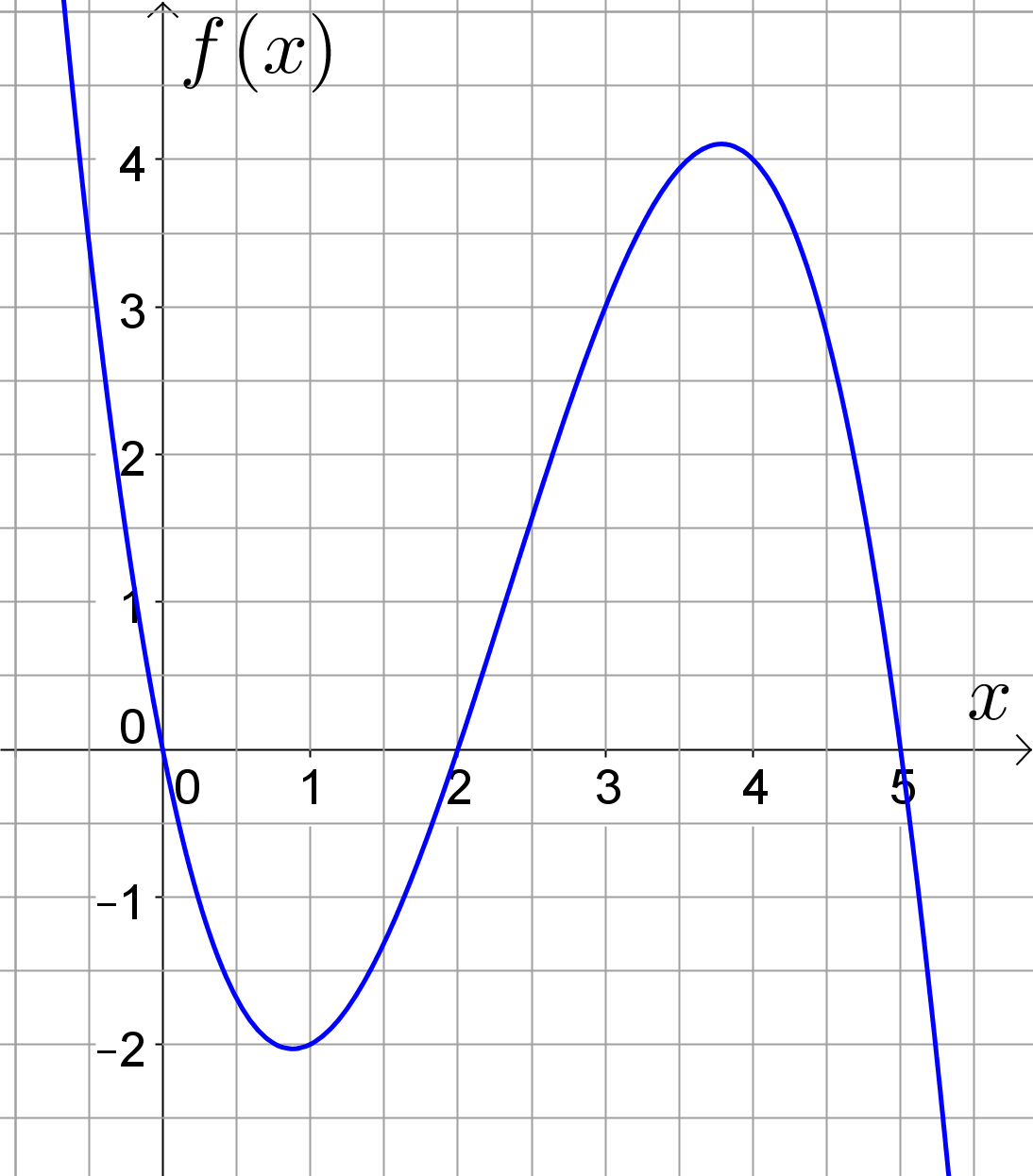
1. *L: ---*

Gegeben ist der Graph einer Funktion

Der Graph von schneidet die - Achse an den Stellen und .

Mit welchem der folgenden Terme kann der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von und der - Achse berechnet werden?

Kreuze die zutreffende(n) Antworte(n) an.



|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Funktionen und seien in stetig.

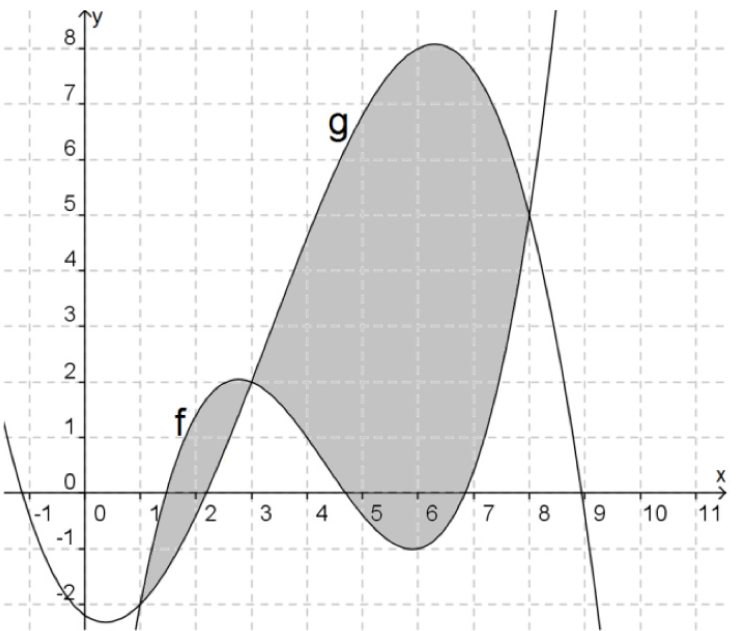
Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage ent­steht. Kreuze in der ersten und der zweiten Spalte jeweils den zutreffenden Ausdruck an.

Wenn ➀ für alle dann ist ➁ , der Inhalt der Fläche, die von den Graphen von und , sowie den Geraden und eingeschlossen wird

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ➀ | |  | ➁ | |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |
|  | ⭘ |  |  | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Summe der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen und ein­geschlossenen Flächen soll berechnet werden.



Kreuze die zutreffende(n) Formel(n) an.

|  |  |
| --- | --- |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |
|  | ⭘ |

Volumen von Rotationskörpern

*Paraboloide*

1. *L:* *1,9 dl; 5; 4,3 cm*

Ein zylindrisches Gefäß mit dem Innendurchmesser 11 cm ist bis zu einer Höhe von 8 cm mit Wein gefüllt. Der Wein wird in Gläser gegossen. Jedes Glas hat die Form eines Paraboloids von 6 cm Höhe und einem Öffnungsdurchmesser von 9 cm.

* 1. Wie groß ist das Fassungsvermögen (in dl) eines Glases?
  2. Wie viele Gläser können bis 1 cm unter dem Rand gefüllt wer­den?
  3. Wie hoch steht der Wein in jenem Glas, in das der Rest geleert wird?

1. *L: 45,0 l; 56,2%; 37 cm*

Ein paraboloidschichtförmiges Fass von 60 cm Höhe mit dem maximalen Durch­messer von 50 cm und dem minimalen von 30 cm, ist bis zu einer Höhe von 40 cm ge­füllt.

1. Wie viel Liter sind dies?
2. Wie viel Prozent des Gesamtfassungsvermögens macht das aus?
3. Wie hoch steht das Wasser, wenn das Fass halbvoll ist?

1. *L: 1257 l; 69,75%; 67 cm*

Ein Bottich hat die Gestalt einer Paraboloidsscheibe. Der obere innere Durchmesser misst 160 cm, der untere 120 cm. Die innere Höhe beträgt 80 cm.

1. Wie viel Liter Flüssigkeit fasst der volle Bottich?
2. Zu wie viel ist der Bottich gefüllt, wenn die Flüssigkeit 60 cm hoch steht?
3. Wie hoch steht die Flüssigkeit im Bottich, wenn er 1000 *l* enthält?
4. *L: 117,8hl; 34cm; 111,6 hl; 95%*

Ein Hausbesitzer verlangt von einem Architekten, dass er in seinem Garten ein parabo­loid­schichtförmiges Becken mit einem oberen Durchmes­ser von 4 m, einer Tiefe von 1,5 m und einem Grunddurchmesser von 2 m anfertigt.

1. Wie viel hl Wasser fasst das Be­cken?
2. Um wie viel cm senkt sich das Wasserniveau, wenn ein Drittel des randvollen Be­ckens abgelassen wird?
3. Der Wasserstand des vollen Beckens wird um 5cm abgesenkt. Wie viel hl fasst das Be­cken noch? Wie viel Prozent des Gesamtinhalts sind dies?
4. *L: 1,178 dl; 11,056 cm; 7,818 cm*

Ein Sektglas (ohne Stiehl) hat die Form eines Paraboloids. Das Glas ist 12 cm hoch und hat einen Öffnungsdurchmesser von 5 cm.

1. Wie viel dl Wasser fasst das Glas?
2. Wie hoch steht die Flüssigkeit, wenn 1 dl Sekt eingefüllt werden?
3. Bis zu welcher Höhe muss Orangensaft eingefüllt werden, wenn gleich viel Orangen­saft und Sekt im Glas sein sollen. Gesamtmenge 1 dl.

*Hyperboloide*

1. *L: 640,4 l; 59 cm*

Eine Bodenvase hat die Form eines einschaligen Hyperboloids. Das Gefäß ist 80 cm hoch, der obere Durchmesser beträgt ebenso wie der untere cm, in der Mitte beträgt der Durchmes­ser des Gefäßes 80 cm.

1. Berechne das Volumen (in Liter) dieser Vase.
2. Die Vase soll zu zwei Drittel des Volumens mit Wasser gefüllt werden. Wie hoch steht das Wasser?
3. *L: 11451 hl; zw. 4 u. 5; 4,72 m; 8111 hl; 70,8%; 9 m*

Der Behälter eines Wasserturms hat die Form eines einschaligen Hyperboloids. Der Bo­den­durchmesser beträgt m, in 12 m Höhe ist mit 6 m der kleinste Durchmesser. Die Gesamt­höhe beträgt 18 m. Im Abstand von je 1 m sind Höhenmarken angebracht.

1. Wie viel hl Wasser fasst der Behälter?
2. Wie hoch steht das Wasser, wenn der Behälter halb voll ist? Zwischen wel­chen Mar­ken steht das Wasser, wenn der Be­hälter halbvoll ist?
3. Wie viel Liter fasst der Behälter, wenn der Behälter bis zur halben Höhe gefüllt wird? Zu wie viel Prozent des maximalen Fassungsvermögens ist er gefüllt?
4. Berechne den Durchmesser in 18 m Höhe.
5. *L: 7; 1,2 dl; 0,6 dl*

Sektgläser haben die Form eines einschaligen Hyperboloids. Der Achsenschnitt der Höhlung ist eine halbe Hyperbel mit dem kleinsten Durchmesser von 1 cm und dem Öff­nungsdurch­messer von 6 cm. Die innere Höhe beträgt 12,5cm.

1. Wie viele Gläser dieses Typs können mit 0,75 Liter Sekt bis 1 cm unter den Rand ge­füllt wer­den?
2. Wie viel fasst ein Glas (in dl)?
3. Wie viel Sekt bleibt übrig (in dl)?
4. *L: 6,2 l; 30 cm*

Eine Blumenvase hat die Form eines einschaligen Hyperboloids. Die Gesamthöhe be­trägt 40 cm. Der Bodendurchmesser und Öffnungsdurchmesser betragen jeweils cm. An der dünnsten Stelle hat die Vase einen Durchmesser von 8 cm.

1. Berechne das Fassungsvermögen der Vase in Liter.
2. Wie hoch steht das Wasser, wenn 4 Liter in die Vase gegossen werden?

*Kugeln und Ellipsoide*

1. *L: 5,4 l; 74,1%; 9,9 cm; 22,2 cm; 24 cm*

Ein Gefäß entsteht dadurch, dass in zwei Drittel der Höhe eine Kugel gekappt wird. Der Radius der Kugel beträgt 12 cm.

1. Berechne das Fassungsvermögen des Gefäßes in Liter
2. Wie viel Prozent des Volumens der ganzen Kugel sind dies?
3. Das Gefäß wird zu 50% des Fassungsvermögens gefüllt. Wie hoch steht die Flüssig­keit?
4. Wie groß ist der obere Durchmesser, der größte Durchmesser?
5. *L: 13cm; 8cm; 2,7 l*

Aus einer Kugel soll durch abkappen der Kugel in einer bestimmten Höhe eine Schale hergestellt werden deren Fas­sungsvermögen 3 Liter beträgt.

1. In welcher Höhe muss die Kugel gekappt werden?
2. Wie hoch steht das Wasser in der Schale, wenn 1,5 Liter eingefüllt werden?
3. Wie viel Wasser fasst die Schale, wenn sie bis 1 cm unter den Rand gefüllt wird?
4. *L: 35,2 cl; 3,5 cm; 29 cl*

Ein Schälchen hat die Form eines Ellipsoids. Der größte Durchmesser beträgt 10 cm und seine Höhe 6 cm. Der Öffnungsdurchmesser beträgt 8 cm. Die Schale ent­steht durch Ro­tation um die - Achse.

1. Berechne das Fassungsvermögen (in cl) des Schäl­chens.
2. Wie hoch steht das Wasser, wenn das Schälchen zur Hälfte seines Volumens gefüllt wird?
3. Wie viel cl Wasser fasst das Schälchen, wenn es bis 1 cm unter den Rand mit Wasser ge­füllt wird?
4. *L: 184,3 l; 56,9 cm; 38,2 l*

Ein Whiskeyfass hat einen Boden- und Deckeldurchmes­ser von 40 cm und ist 80 cm hoch. Der größte Durchmes­ser beträgt 60 cm. Die Begrenzungskurve ist eine Ellipse, welche um die - Achse rotiert.

1. Berechne das Fassungsvermögen des Fasses in Liter.
2. Wie hoch steht die Flüssigkeit im stehenden Fass, wenn sich noch drei Viertel des Volu­mens im Fass befin­det?
3. Wie viel Flüssigkeit befindet sich im stehenden Fass, wenn die Flüssigkeit bis zu ei­nem Viertel der Höhe hoch steht?

*Rotationskörper mit zwei Begrenzungskurven*

1. *L: 16,323 kg; 7,6 l*

Eine Blumenschale hat als äußere Begrenzung die Form eines halben einschaligen Hy­per­bo­loids mit der Meridiankurve und als innere Begrenzung die eines Paraboloids mit der Meridiankurve . Die Gesamt­höhe des Ge­fäßes be­trägt 25 cm.

1. Welche Masse (in kg) hat die Blumenschale, wenn sie aus Beton ge­fer­tigt ist?
2. Die Blumenschale wird bis 2 cm unter den Rand mit Blumenerde gefüllt. Wie viel Liter Blumenerde werden benötigt?

1. *L: 2,3 dl; 81%; 236,8g; 10,8 cm; 11,0 cm*

Ein 11 cm hohes Trinkglas hat außen die Form eines Kegelstumpfes mit der Meridian­kurve und innen die eines Parabo­loids . Der obere äußere Durch­messer beträgt 8,4 cm, der untere äußere Durch­messer 4 cm. Es wird bis 1 cm unter den Rand mit einem alkoholischen Getränk gefüllt.

1. Berechne die Füllmenge Glases. Zu wie viel Prozent ist es gefüllt?
2. Berechne die Masse des Glases in Gramm.
3. Nun werden 5 bzw. 6 Eiswürfel mit der Seitenlänge von 2 cm in das Getränk gegeben. Wie hoch steht das Getränk jetzt? Rechne auf mm genau.
4. *L: 2004g; 4,5 dl*

Ein Glasobjekt zur Tischdekoration wird innen von der Parabel und außen von der Parabel begrenzt. Das Objekt ist aus massivem Glas gefertigt. Der Öffnungsdurchmesser beträgt 12 cm. Das Objekt ist 9 cm hoch.

1. Berechne die Masse des Dekorationsobjekts in g.
2. Berechne das Fassungsvermögen in dl.
3. *L: 302 cm3; 754g*

Eine optische Linse entsteht, wenn das Flächenstück zwischen zwei Parabeln um die - Achse rotiert. Die eine Parabel hat ihren Scheitel im Koordinatenursprung, die andere im Punkt , und sie schneiden einander im Punkt . Die Angaben sind in cm.

1. Bestimme die Gleichungen der Parabeln.
2. Berechne das Volumen der Linse.
3. Berechne die Masse der Linse, wenn sie aus Glas gefertigt ist. .
4. *L: 191,951 kg; 45,4 l*

Ein Taufbecken aus Marmor ( 2,6 g/cm3) hat als äußere Begrenzung die Form eines hal­ben einschaligen Hyperboloids mit der Meridiankurve . Als innere Begrenzung die eines Parabo­loids mit der Meridiankurve . Die Gesamthöhe be­trägt 3 dm.

1. Berechne die Masse des Taufbeckens
2. Wie viel Liter Wasser fasst das Becken, wenn es bis 8 cm unter den Rand gefüllt ist?
3. *L: 5,28 dl; 627g*

Ein Glasbecher hat außen die Form eines Kegelstumpfes und ist 15 cm hoch. Die äuße­ren Kreisdurchmesser sind 10 cm bzw. 6 cm. Die Höhlung hat die Form eines Parabo­loids mit der Meridiankurve . Berechne die maximale Füll­menge (in dl) des Bechers und seine Masse in g .

## Anwendungen der Integralrechnung

1. *L: 3,5s; 2,5s; 40,4m; 17,2 m/s*

Balduin lässt von einem 60 m hohen Aussichtsturm einen Stein fallen. Die Fallgeschwin­dig­keit ist durch die Funktion gegeben.

1. Bestimme die Termdarstellung einer Funktion , welche die Höhe in Abhängig­keit von der Zeit darstellt.
2. Wann trifft der Stein auf den Boden auf?
3. Wann beträgt die Höhe 30 m? Bestimme die Höhe nach 2 s.
4. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit.
5. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L: 4,1s; 2,0s; 20,4m; 0,6s; 3,5s; 15,9m; 0 m/s*

Eine Kugel wird mit 20 m/s lotrecht nach oben geworfen. Die Geschwindigkeit ist durch die Funktion gegeben.

… Anfangsgeschwindigkeit ,

1. Bestimme die Termdarstellung einer Funktion , welche die Höhe in Abhängig­keit von der Zeit darstellt.
2. Wann trifft die Kugel auf den Boden auf?
3. Wann erreicht die Kugel ihre maximale Höhe? Wie groß ist die maximale Höhe?
4. Wann beträgt die Höhe 10 m? Bestimme die Höhe nach 3 s.
5. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit. Interpretiere das Ergebnis.
6. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L: 8,7s; 2,0s; 220,4s; 4,1s; 7,0s; 7,9s; 216m; 143,5m; 22,9m/s*

Eine Kugel wird von der in 200m Höhe liegenden Aussichtsplattform eines Fernseh­turms mit 20 m/s lotrecht nach oben geworfen. Die Geschwindigkeit ist durch die Funk­tion gege­ben.

… Anfangsgeschwindigkeit ,

1. Bestimme die Termdarstellung einer Funktion , welche die Höhe in Abhängig­keit von der Zeit darstellt.
2. Wann trifft die Kugel auf den Boden auf?
3. Wann erreicht die Kugel ihre maximale Höhe? Wie groß ist die maximale Höhe?
4. Wann passiert die Kugel die Aussichtsplattform?
5. Wann beträgt die Höhe 100 m bzw. 50 m? Bestimme die Höhe nach 3 s und 6 s.
6. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit.
7. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L:* *14,4s; 7,2s; 255m; 1,6s; 12,8s; 168m; 0 m/s;169m*

Eine historische Kanone feuert eine Kugel mit 100 m/s unter einem Winkel von nach oben. Die Geschwindigkeit ist durch die Funk­tion gege­ben.

… Anfangsgeschwindigkeit ,

1. Bestimme die Termdarstellung einer Funktion , welche die Höhe in Abhängig­keit von der Zeit darstellt.
2. Wann trifft die Kugel auf den Boden auf?
3. Wann erreicht die Kugel ihre maximale Höhe? Wie groß ist die maximale Höhe?
4. Wann beträgt die Höhe 100 m? Bestimme die Höhe nach 3 s.
5. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit..
6. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L: 4,4s; 24,5 km/h; 12,3 km/h;*

Kunigunde kommt gerade im neuen Cabrio, welches ihr Balduin zum Geburtstag ge­schenkt hat, vom Shopping nach Hause. Sie ist entsetzt. Anstatt wie versprochen den Rasen zu mähen, liegt Balduin gemütlich in einem Liegestuhl am Pool, liest ein Buch und genießt einen erfri­schenden Cocktail. Kunigunde steigt aus und vor lauter Empörung über diesen Affront, legt sie keinen Gang ein und zieht die Handbremse kaum an. Das schlecht gesicherte Cabrio setzt sich auf der geneigten Einfahrt in Bewegung und rollt hinab. Die Einfahrt ist 15 m lang und hat eine Steigung von 10%. Die Geschwindigkeit ist durch die Funk­tion gege­ben.

… Neigungswinkel,

1. Bestimme eine Funktion , welche den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit der Zeit darstellt.
2. Nach wie vielen Sekunden prallt das Cabrio auf das Eingangstor?
3. Mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) prallt das Cabrio auf das Eingangstor?
4. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit.
5. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L: 5,714°; 10%; 28,44s; 50 km/h;*

Balduin ist mit seinem Mountainbike unterwegs. Er steht am Beginn einer 395 m langen Ab­fahrt und lässt sein Bike losrollen. Am Ende der Abfahrt hat er eine Geschwindigkeit von 100 km/h erreicht. Cool wie Balduin nun einmal ist, hat er während der Abfahrt nicht gebremst. Die Geschwindigkeit ist durch die Funk­tion gege­ben.

… Neigungswinkel,

1. Bestimme eine Funktion , welche den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit der Zeit darstellt.
2. Unter welchem Winkel war die Abfahrt geneigt? Wie groß ist die Steigung in Pro­zent? Wie lange dauert die Abfahrt?
3. Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit war Balduin unterwegs?
4. Zeichne den Graphen der Funktion und .

Interpretiere den Verlauf der Graphen im Kontext.

1. *L: 18,028; 3,527; [6,886;37,393]; 30,507; 70,593; 18,028; 7,055; 2,735; 55,007; 173,01; 3,156*

Da die meisten Medikamente oral eingenommen werden, befindet sich der Wirkstoff eines Medi­kaments zunächst in einem Kompartiment (Verteilungsraum) B (z.B. Mund, Magen oder Darm), aus dem er eliminiert wird und nach und nach in das Kompartiment C (z.B. Blut) ge­langt. Der Konzentrationsverlauf in C hängt von beiden Prozessen, Inva­sion (Aufnahme) aus B und Elimination via Stoffwechsel aus C, gleichzeitig ab. Die Bate­man - Funktion beschreibt den Konzentrationsverlauf in einem Kompartiment C bei gleich­zeitiger Invasion (Aufnahme) und Elimination (Abgabe).

Die Funktion beschreibt die Elimination einer bestimmten Wirkstoffmenge aus dem Kom­partiment . ist die Anfangskonzentration im Kompartiment (Verabreichte Menge), die Invasions-, die Eliminationsgeschwindigkeit. Für ein bestimmtes blut­drucksenkendes Medikament gilt:

1. Stelle beide Kurven in einem Diagramm dar . Interpretiere den Verlauf der Kurven, insbesondere das Monotonieverhalten von .
2. Zu welchem Zeitpunkt ist die Konzentration maximal? Wie hoch ist die maximale Konzent­ra­tion? Wie hoch muss die minimale toxischer Konzentration mindestens sein?
3. Das Medikament wirkt so lange die minimale effektive Konzentration von 2,5 mg/l über­schrit­ten ist. Wie lange ist die Wirkungszeit des Medikaments? Wie lange dauert es bis das Medikament Wirkung zeigt (Latenzzeit)?
4. Der tolerierbare Rückstand des Medikaments beträgt 0,75 mg/l. Wann unterschrei­tet die Kon­zentration diesen Wert (Abklingzeit)?
5. Welchen Einfluss hat eine Verdoppelung der verabreichten Menge auf den Zeitpunkt der maximalen Konzentration, die maximale Konzentration, die Latenzzeit und Wir­kungs­dauer? Ist die Erhöhung der Dosis ein probates Mittel zur Erhöhung der Wir­kungsdauer?
6. Die Fläche unter der Kurve wird AUC (area under the curve) genannt und ist ein Maß für die resorbierte Gesamtmenge des Wirkstoffs. Berechne den AUC - Wert.
7. Berechne die mittlere Konzentration während der Wirkungszeit.
8. L: ;

Ein Sportwagen wird von auf () in ca. vier Sekunden be­schleunigt. Die Funktion beschreibt die Geschwindigkeit in Metern/Sekunde während des Beschleunigungsvorganges in Abhängigkeit von der Zeit in Sekunden. Die Ge­schwindigkeit lässt sich durch die Funktionsgleichung an­geben.

1. Gib die Funktionsgleichung zur Berechnung der momentanen Beschleunigung zum Zeitpunkt t an.

Berechne die momentane Beschleunigung zum Zeitpunkt .

1. Gib einen Ausdruck zur Berechnung des in den ersten vier Sekunden zurückgelegten Weges an. Ermittle diesen Weg (in Metern).
2. Angenommen, dieser Sportwagen beschleunigt - anders als ursprünglich angegeben - gleichmäßig in vier Sekunden von von auf . Nun wird mit die Ge­schwindigkeit des Sportwagens nach Sekunden bezeichnet.

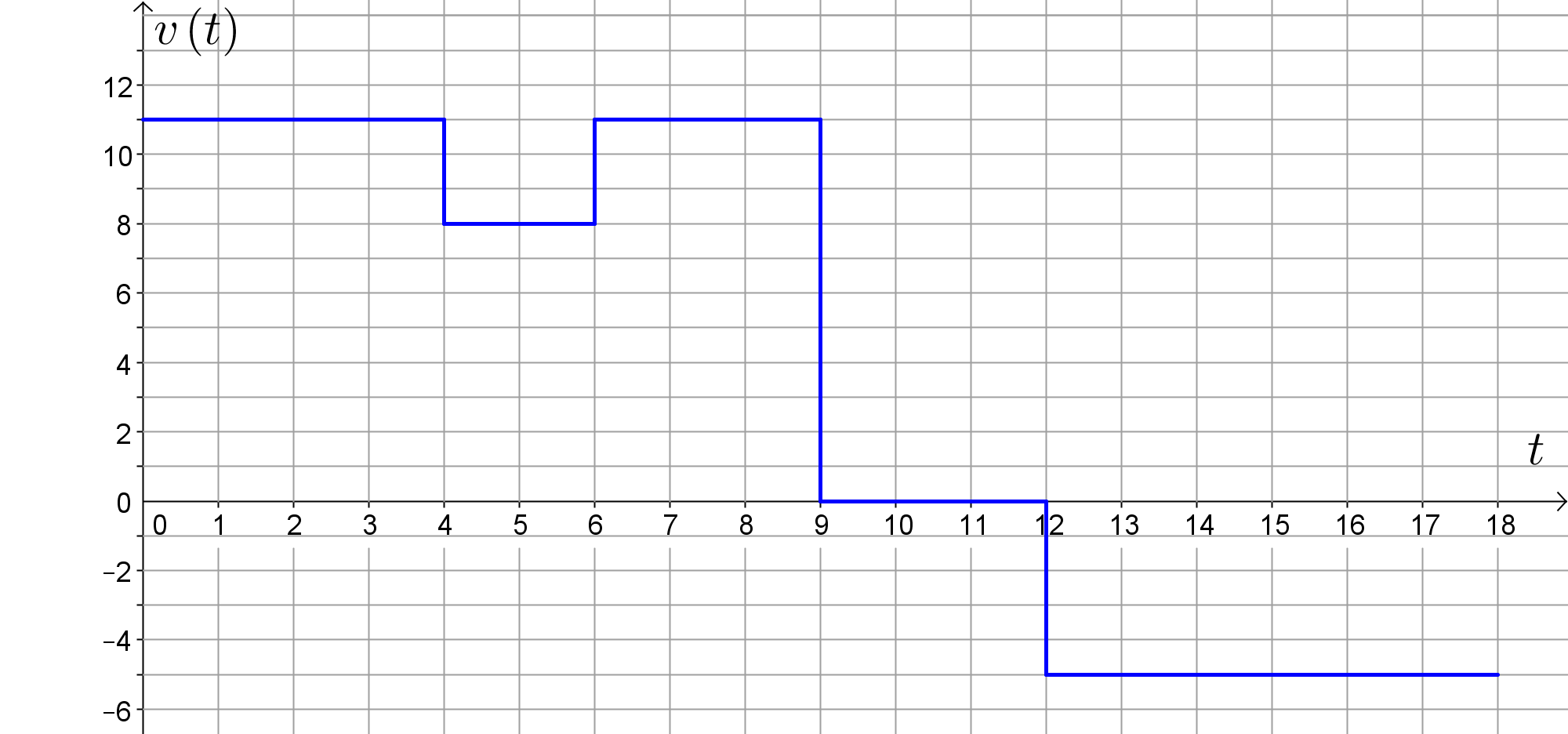
Gib an, welcher funktionale Zusammenhang zwischen und vorliegt!

Ermittle die Funktionsgleichung für

1. *L: 93; 63; 18,6*

Herr Schmitz bereitet sich auf sein geliebtes Wannenbad vor und lässt Wasser in die leere Wanne ein.

Das folgende Diagramm stellt die zeitliche Entwicklung von Zufluss- und Abflussrate dar, wobei in min und in Liter/Minute angeben sind.



1. Beschreibe, wie Herr Schmitz das Wasser in die Wanne einlässt. Berücksichtige dabei folgende Fragen:

Welche Zufluss- und Abflussraten kommen vor?

Welche Bedeutung haben Bereiche, in denen der Graph unterhalb der Zeitachse ver­läuft?

Ist es auch möglich, dass Herr Schmitz zu einem Zeitpunkt sowohl den Wasserhahn aufgedreht hat als auch den Abfluss öffnet?

1. Wie viel Liter waren maximal in der Wanne? Wie viel Liter sind nach 18 min in der Wanne?
2. Für min soll konstant bleiben. Ab welchem Zeitpunkt ist die Wanne leer?
3. Zeichne den Graphen der Funktion , welche die Wassermenge in der Badewanne in Abhängigkeit von der Zeit angibt.

(Idee: Ursula Schmidt, Freiherr-vom-Stein-Gymnasium Lünen)

1. *L: 14 m; 49 m; 63 m; 8 m/s2*

Kunigunde ist mit ihrem neuen Geländewagen auf der Landstraße unterwegs. Plötzlich taucht 64 m vor ihr eine Wildente auf. Kunigunde bremst abrupt ab und bringt ihren Geländewagen zum Stehen.



* + 1. Wie lang war der Reaktionsweg, der Bremsweg und der Anhalteweg?

Überlebt die Wildente, wenn sie keine Anstalten macht die Straße zu verlassen?

* + 1. Zeichne den Graphen der Funktion , welche den zurückgelegten Weg in Abhängig­keit von der Zeit angibt.
    2. Wie groß war die Bremsbeschleunigung?

1. *L:* *; 50*

Zwei Seifenkistenautos A und B stehen beim Start am oberen Rand einer schiefen Ebene. Beide Autos sollten gleichzeitig zum Beginn der Zeitmessung () starten. Leider hat der Lenker des Autos B zu Beginn Schwierigkeiten und startet etwas später. Die Ge­schwindigkeiten der beiden Autos lassen sich näherungsweise durch folgende Gleichungen beschreiben ( in Sekunden, in m/s):

für

für

1. Zeichne die Graphen der Funktionen und .
2. Berechne den Schnittpunkt der Funktionen und .

Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt im Kontext?

1. Zu welchem Zeitpunkt holt das Seifenkistenauto A das Seifenkistenauto B ein?
2. *L: 40s*; ;

*66,667 m/s; 240 km/h;* 2000m

Ein Sportwagen beschleunigt aus dem Stand () mit der abnehmender Beschleunigung. Seine Beschleunigung t Sekunden nach dem Start lässt mit der Formel berechnen. Diese Formel gilt bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit, dann ist .

1. Wie lange beschleunigt das Auto?
2. Leite eine Formel für die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt her.

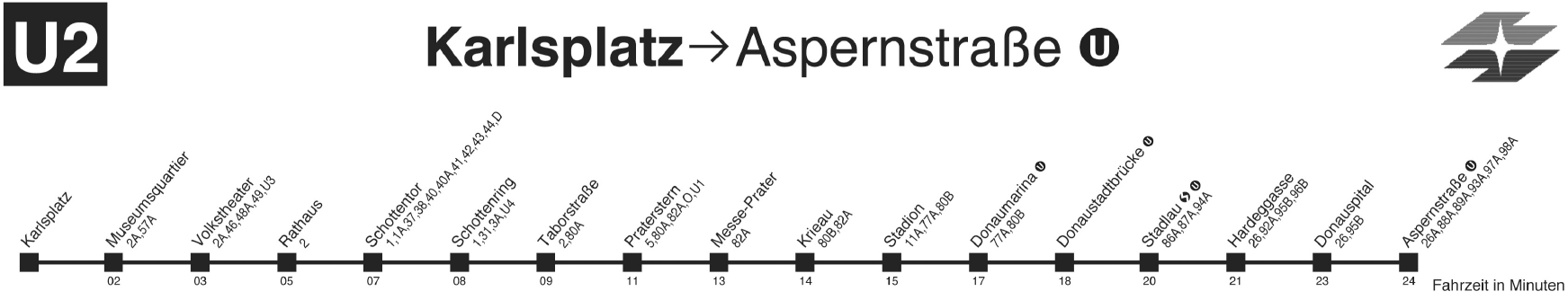
Berechne die Höchstgeschwindigkeit des Autos (in m/s und km/h)

1. Leite eine Formel für den zurück gelegten Weg zum Zeitpunkt her.

Berechne die Weglänge bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit.

1. *L: 630; 1,2;*

Die Wiener U - Bahn - Linie U2 verkehrt zwischen den Stationen Karlsplatz und Aspern­straße. Die Gesamtstrecke der U2 beträgt 12,531 km (Stand 2012).

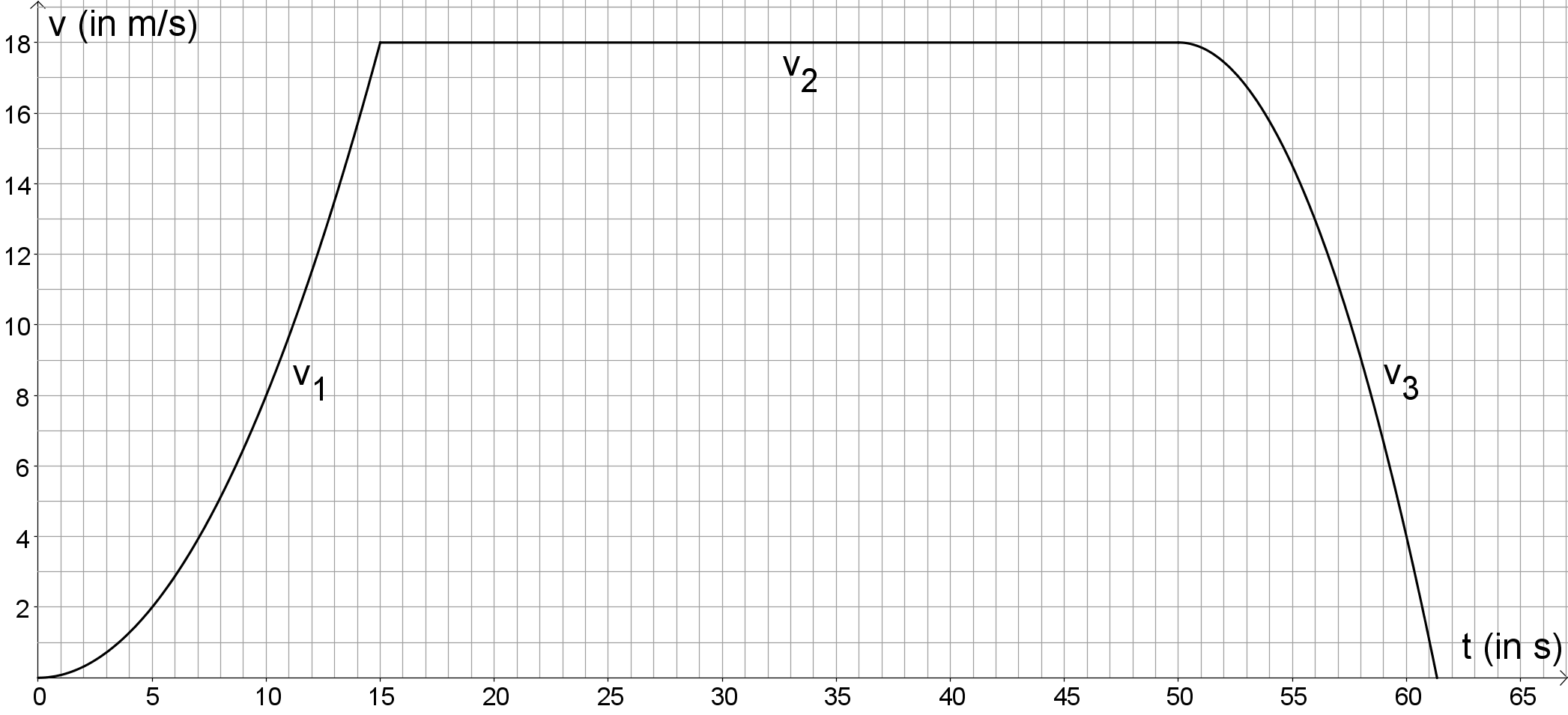


Quelle: http://www.wienerlinien.at/media/download/2012/Linie\_U2\_68801.pdf

Zwischen den beiden Stationen Donaumarina und Donaustadtbrücke fährt die U - Bahn nahezu geradlinig und benötigt für diese 855 m lange Strecke ca. eine Minute.

Betrachtet man die Geschwindigkeit eines Zuges zwischen diesen beiden Stationen, so lässt sie sich näherungsweise durch drei Funktionen beschreiben. Diese Funktionen sind im nachstehenden Zeit - Geschwindigkeits - Diagramm dargestellt. Die Zeit ist in Sekunden, die Geschwindigkeit in angegeben.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



1. Um den Bremsvorgang zu modellieren, wurde die Funktion verwendet.

Erläutere, in welcher Weise eine Veränderung des Parameters von auf den Bremsvorgang beeinflusst.

1. Berechne die mittlere Beschleunigung des Zuges vom Anfahren bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit.

Erkläre, wieso der Verlauf des Graphen des - - Diagramms im Intervall nicht exakt der Realität entsprechen kann.

1. Berechne die Länge desjenigen Weges, den die U-Bahn im Zeitintervall zu­rücklegt-

Zeichne den Graphen der Funktion , welche den zurückgelegten Weg in Abhängig­keit von der Zeit im Intervall angibt.

1. *L:*

Auf einen im Gravitationsfeld der Erde befindlichen Körper wirkt die Gravitationskraft.

… Entfernung des Körpers vom Erdmittelpunkt (in )

Masse der Erde (in )

Masse des Körpers (in )

… Gravitationskonstante

1. Gib eine Formel für die Arbeit an, die verrichtet werden muss, um einen Körper der Masse aus( der Entfernung in die Entfernung zu bringen.
2. Berechne die Arbeit (in Joule), die verrichtet werden muss um einen 1200 kg schweren Körper von der Erdoberfläche auf eine Höhe von 36 km zu bringen, wenn der Erdradius mit 6378 km und die Masse der Erde mit gegeben ist.
3. *L: 581,333 l; 14h00; 360 l/h; 16h16;1503 l; 250,667 l/h*

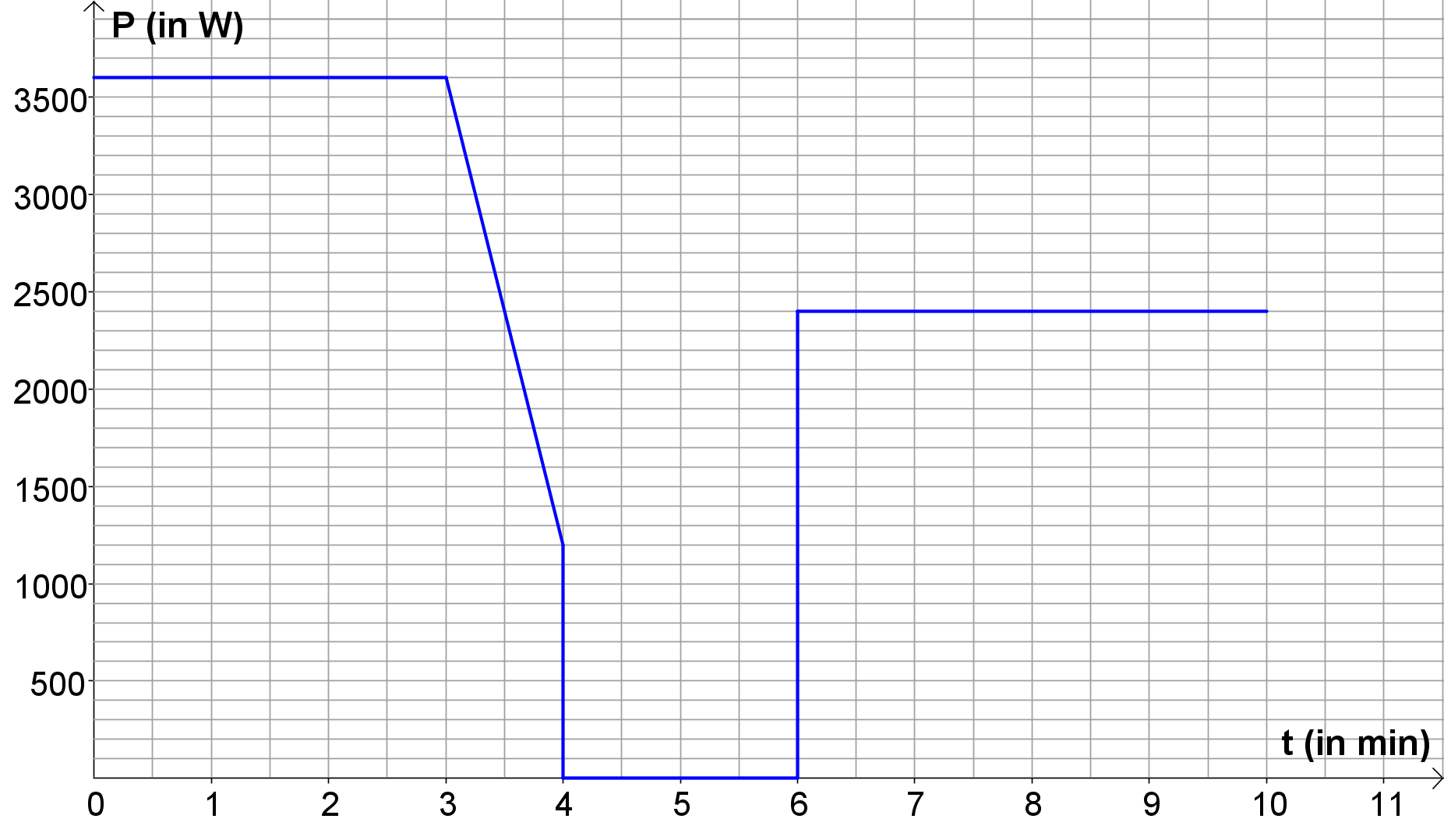
Um 13 Uhr enthält ein Regenwassertank 500 Liter Wasser. Regenwasser füllt den Tank mit einer Zuflussrate mit . Die Zufluss­rate wird in Litern pro Stunde gemessen, die Zeitmessung beginnt um 13 Uhr.

1. Zeichne den Graphen der Funktion zwischen 13 und 17 Uhr.
2. Wie viel Liter Wasser fließen zwischen 14 und 16 Uhr in den Tank?
3. Zu welchem Zeitpunkt zwischen 13 und 17 Uhr ist die Zuflussrate maximal? Wie groß ist die maximale Zuflussrate?
4. Der Tankt fasst höchstens 1400 Liter Wasser. Wann läuft der Tank über?

Wie viel Liter Wasser würden sich um 17 Uhr im Tank befinden?

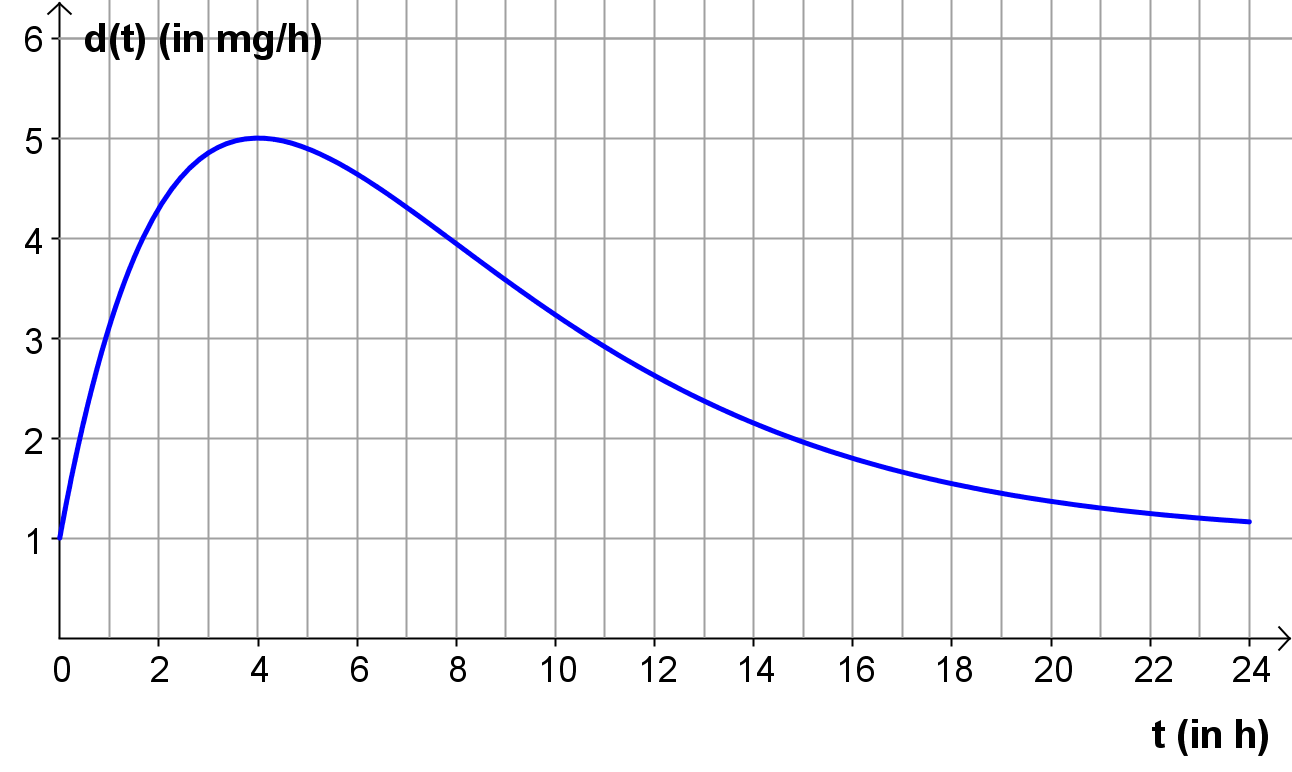
1. Berechne die durchschnittliche Zuflussrate zwischen 13 und 17 Uhr.
2. *L: 2160 W; 1296 kJ*

Im gegebenen Diagramm ist die Leistung eines Wasserboilers in Abhängigkeit der Zeit dargestellt.



1. Wie groß ist die mittlere Leistung in den zehn Minuten.
2. Berechne die Arbeit, die der Boiler in den zehn Minuten verrichtet in Kilojoule.
3. *L: 1mg; 4h; 5mg; 8h; 3,943mg; 66,733mg; 2,781mg/h*

Nach einer Operation erhält ein Patient eine Infusion. Die Abbildung zeigt die Dosierung (Zufuhr pro Zeit in mg/h) eines Medikamentes über einen Zeitraum von 24 Stunden.



1. Wie hoch war die Dosierung zu Beginn?
2. Wann wir die maximale Dosierung erreicht? Wie hoch ist die maximale Dosierung?
3. Zu welchem Zeitpunkt ist die Abnahme der Dosierung am schwächsten?

Wie hoch ist die Dosierung zu diesem Zeitpunkt?

1. Berechne die Menge des verabreichten Medikamentes, wenn die Infusion 24 Stunden durchgeführt wird.
2. Wie groß ist die durchschnittliche Dosierung des Medikaments in den ersten 24 Stunden?
3. *L:* *0,608°C/min; 12,702°C; 13,176min*

Balduin nimmt ein Bier aus dem Kühlschrank. Zu Beginn hat das Bier eine Temperatur von . Die Umgebung hat eine Temperatur von . Nach einer Minute hat das Bier eine Temperatur von 6,2°C. Die Temperatur des Bieres wird durch die Funktion beschrieben.

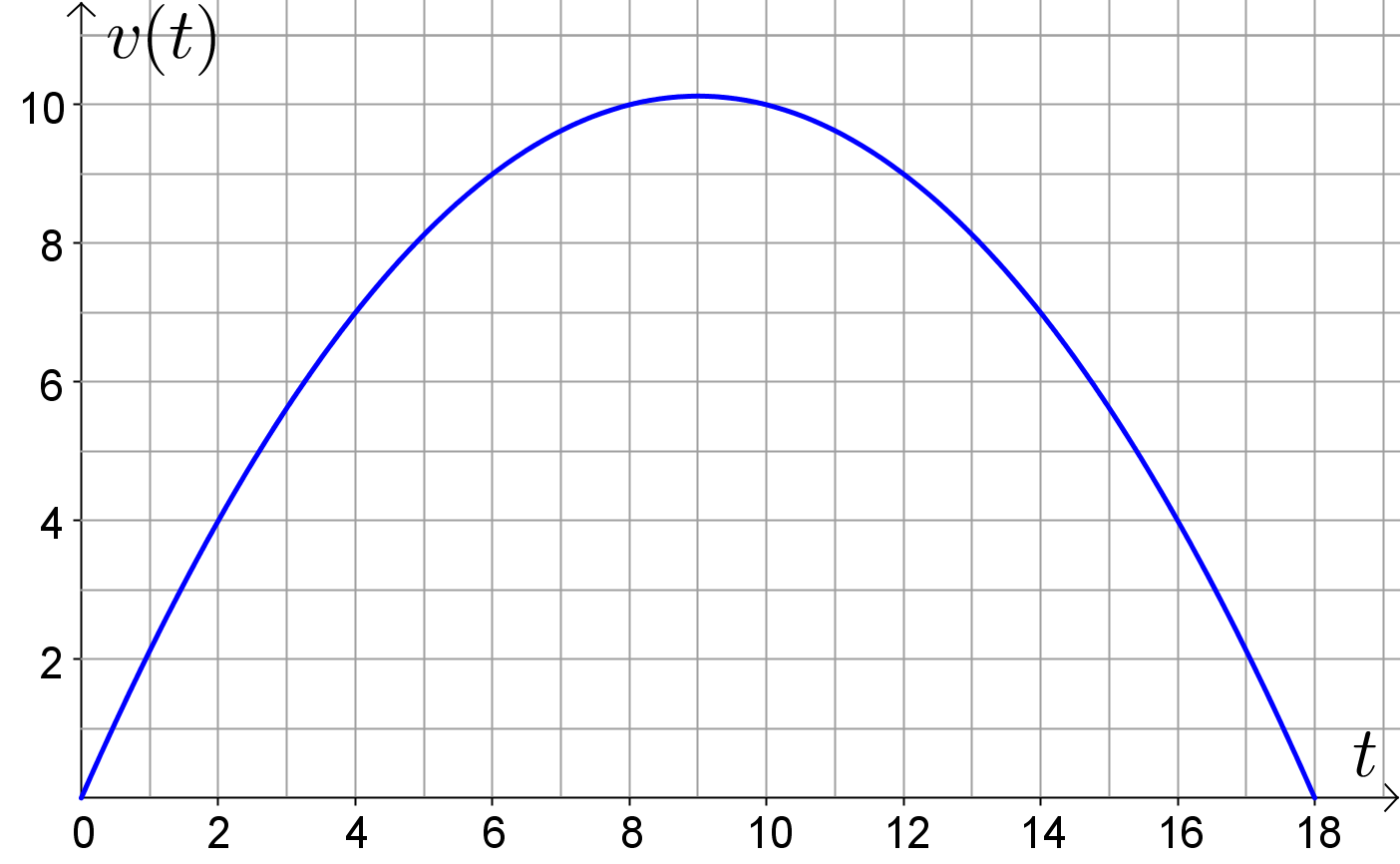
* 1. Berechne die Konstante .
  2. Berechne die mittlere Änderungsrate im Intervall .

Was beschreibt die mittlere Änderungsrate im Kontext?

1. Bestimme die durchschnittliche Temperatur des Bieres im Intervall ?
2. Falls das Bier eine Temperatur von 15° C erreicht, stuft Balduin das Bier als lau ein und mag es nicht mehr. Wie viel Zeit bleibt ihm sein Bier zu trinken?
3. *L: 7d; 10,125cm/d; 126,5cm; 6,75cm/d; 12,570d*

Manche einjährige Nutz- und Zierpflanzen wachsen in den ersten Wochen nach der Pflanzung sehr rasch. Im Folgenden wird nun eine spezielle Bambussorte betrachtet. In einem Experiment wurde der Wachstumsverlauf dieser Pflanze über einen Zeitraum von 18 Tagen beobachtet und ihre Wachstumsgeschwindigkeit dokumentiert. Im Anschluss wurde die Wachstumsgeschwindigkeit dieser Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit durch eine Funktion modelliert.

Dabei bezeichnet die Anzahl der Tage seit der Pflanzung und die Wachstums­geschwindigkeit zum Zeitpunkt in cm/Tag.



1. Für das Wachstum der beobachteten Pflanze ist auch die entsprechende Düngung von Bedeutung. Im gegebenen Fall wurde die Pflanze zwei Tage vor dem Zeit­punkt des stärksten Wachstums gedüngt. Ermittle diesen Zeitpunkt durch Rechnung.

Wie schnell wächst die Pflanze zum Zeitpunkt des schnellsten Wachstums?

1. Wie hoch ist die Pflanze am Ende des Beobachtungszeitraumes, wenn sie zum Zeit­punkt der Pflanzung 5 cm hoch war?
2. Wie groß ist die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit im Beobachtungs­zeitraum?
3. Wann erreicht die Pflanze eine Höhe von einem Meter?
4. Zeichne den Graphen der Funktion , welche die Höhe der Pflanze in Abhängigkeit der Zeit angibt, wenn die Pflanze zum Zeitpunkt der Pflanzung 5 cm hoch war.
5. ; ; *99,662; 48,642*

Ein Geländewagen hat zu spät gebremst und ist über eine Böschung 3 m tief in einen Rüben­acker geflogen. Am Unfallort konnte die Polizei eine Bremsspur von 70 m Länge bis zum Rand der Böschung vermessen. Die Fahrerin des Ge­ländewagens behauptet nun, sie sei nur die erlaubten 80 km/h gefah­ren, als sie die Böschung erkennen konnte und mit der Vollbremsung begonnen habe. Sie meint daher, sie treffe keine Schuld, weil auch kein Schild auf die riskante Stelle hinge­wiesen habe. Laut Hersteller hat der Gelände­waagen eine Bremsverzögerung von . Der Fahrerin wird eine Reaktionszeit von 0,8 s unterstellt. Der Luftwiderstand wird vernach­lässigt.

1. Bestimme ausgehend von einer konstanten Beschleunigung eine Funktion für die Ge­schwindigkeit und den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit der Zeit. Der Bremsvorgang beginnt zum Zeitpunkt .
2. Mit welcher Geschwindigkeit war sie zumindest unterwegs? Wie lange wäre sein Brems­weg bei einer Geschwindigkeit von 80 km/h?
3. *L: 3,2; 1,6; 5; 10*

In den ersten fünf Sekunden seiner Bewegung fährt es mit einer Momentan­geschwindig­keit (in m/s), die durch die Funktion mit (mit in Sekunden) modelliert werden kann. In den folgenden drei Sekunden sinkt seine Geschwindigkeit. Ab der achten Sekunde bewegt es sich mit einer konstanten Ge­schwindigkeit von 15 . Nach zehn Sekunden Fahrzeit erkennt der Lenker ein Hindernis in 90 m Entfernung und reagiert eine Sekunde später. Zu diesem Zeitpunkt be­ginnt er gleichmäßig zu bremsen und schafft es, rechtzeitig beim Hindernis anzuhalten.

* 1. Interpretiere den Ausdruck im Hinblick auf die Bewegung des Fahrzeugs.

Gib die Bedeutung des Ausdrucks im vorliegenden Kontext an.

* 1. Interpretiere den Wert im Zusammenhang mit der Bewegung des Fahrzeugs.

Die Ableitungsfunktion ist eine lineare Funktion.

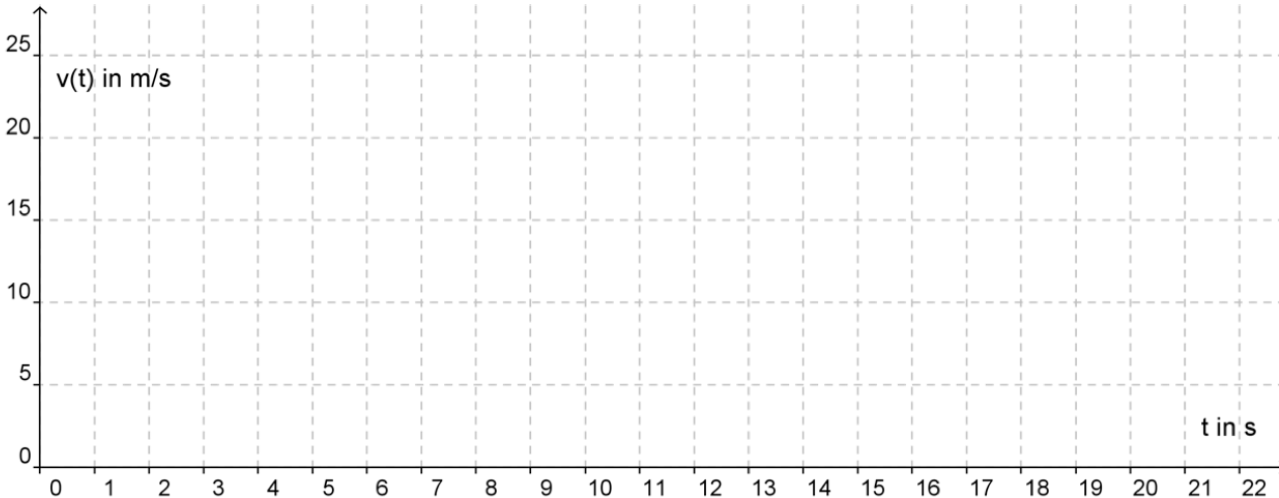
Bestimme ihren Anstieg und gib dessen Bedeutung im Hinblick auf die Bewegung des Fahrzeugs in den ersten fünf Sekunden an.

1. Ermittle nach wie vielen Sekunden das Fahrzeug eine Momentangeschwindigkeit von 20 erreicht.

Beschreibe (verbal und/oder mithilfe einer Skizze) den Geschwindigkeitsverlauf in den ersten fünf Sekunden.

1. Der Anhalteweg setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammen. Be­rechne die Zeit, die vom Einsetzen der Bremswirkung elf Sekunden nach Beginn der Bewegung bis zum Stillstand des Fahrzeugs verstreicht.

Stelle den Geschwindigkeitsverlauf ab dem Zeitpunkt in der angegebenen Abbildung graphisch dar und kennzeichne den Anhalteweg.



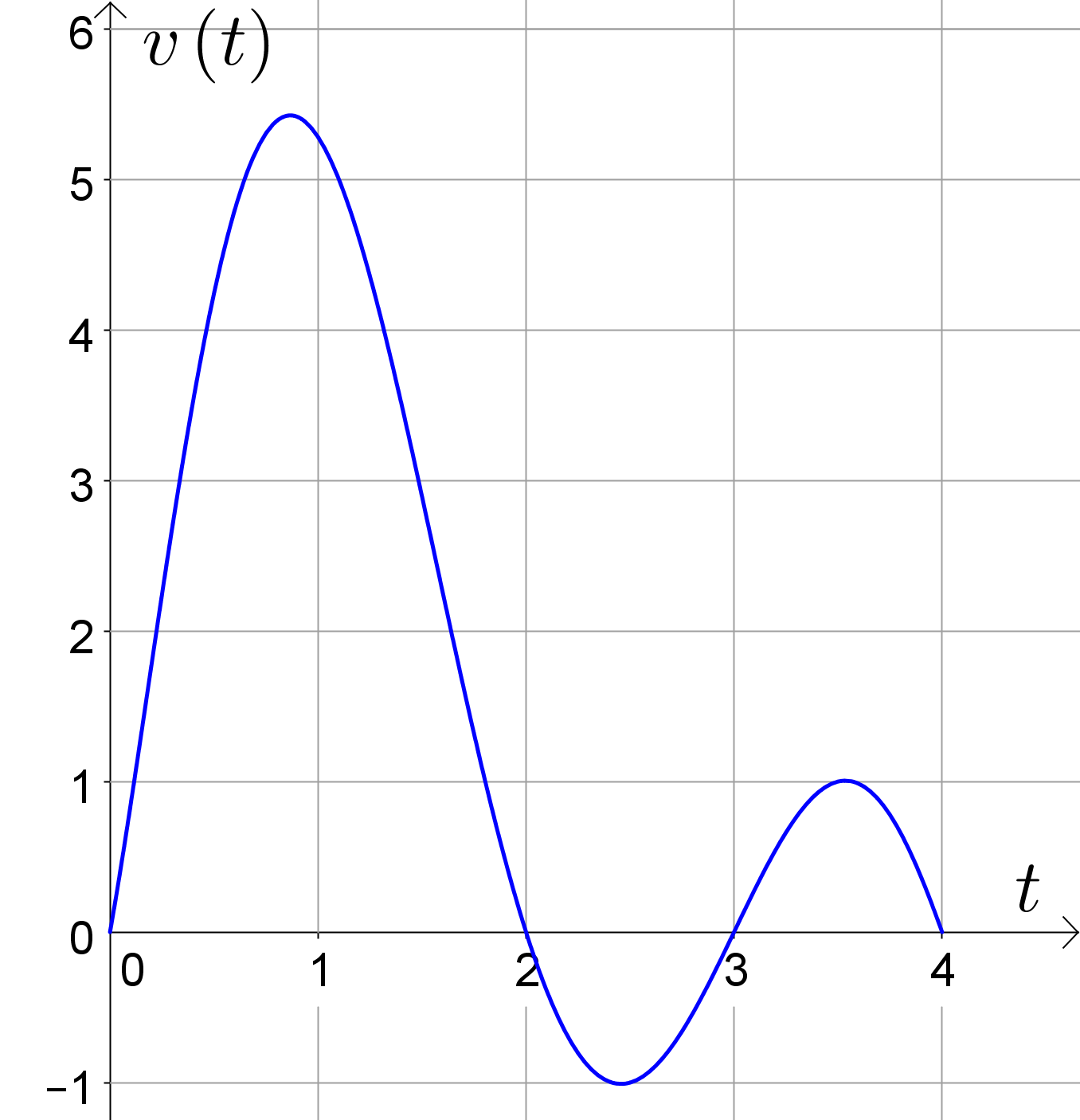
1. *L:* ; ; ; 0; ;

Eine kleine Metallkugel wird mit der Geschwindigkeit senkrecht nach oben geworfen. Der Luftwiderstand bleibt unberücksichtigt. Der Vorgang wird durch folgende Glei­chung beschrieben:

Die Funktion gibt die Höhe und die Funktion die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt an.

1. Bestimme die Funktionen und mit .
2. Wann erreicht die Kugel die größte Höhe und wie groß ist dann ihre Höhe?
3. Wann fällt die Kugel wieder auf den Boden? Wie groß ist die Aufprallgeschwindig­keit?
4. *L: ---*

Ein Körper bewegt sich auf einer geraden Bahn. Im gegebenen Diagramm ist seine Ge­schwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt.



Kreuze die zutreffenden Aussagen an.

|  |  |
| --- | --- |
| Zum Zeitpunkt ist der Körper weiter vom Ausgangspunkt ent­fernt als zum Zeitpunkt | ⭘ |
| ist die Länge des in den ersten drei Minuten zurück­gelegten Weges | ⭘ |
| Der Körper bewegt sich stets in der gleichen Richtung. | ⭘ |
| In der ersten Minute legt der Körper einen kürzeren Weg zurück als in der letzten Minute. | ⭘ |
| Nach vier Minuten ist der Körper gleich weit vom Ausgangsort ent­fernt wie nach zwei Minuten. | ⭘ |

1. *L:*

Wird ein elastisches Band um die Länge ausgedehnt, so wirkt die Kraft

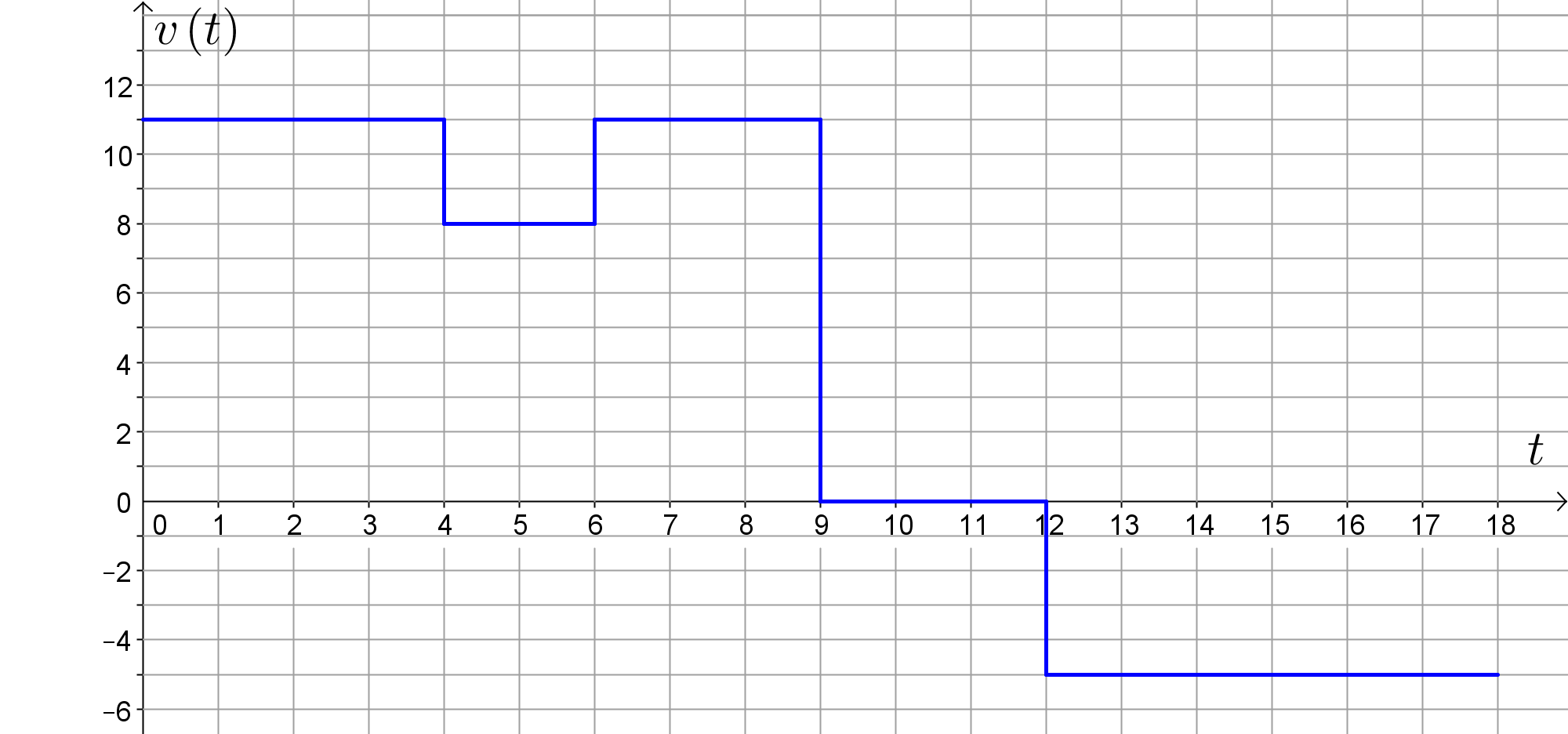
entgegen, wobei und konstant sind.

Gib eine Formel für die Arbeit an, die verrichtet werden muss, um das Band von bis zu dehnen.

1. *L: ---*

Herr Schmitz bereitet sich auf sein geliebtes Wannenbad vor und lässt Wasser in die leere Wanne ein.

Das folgende Diagramm stellt die zeitliche Entwicklung von Zufluss- und Abflussrate dar, wobei in min und in Liter/Minute angeben sind.

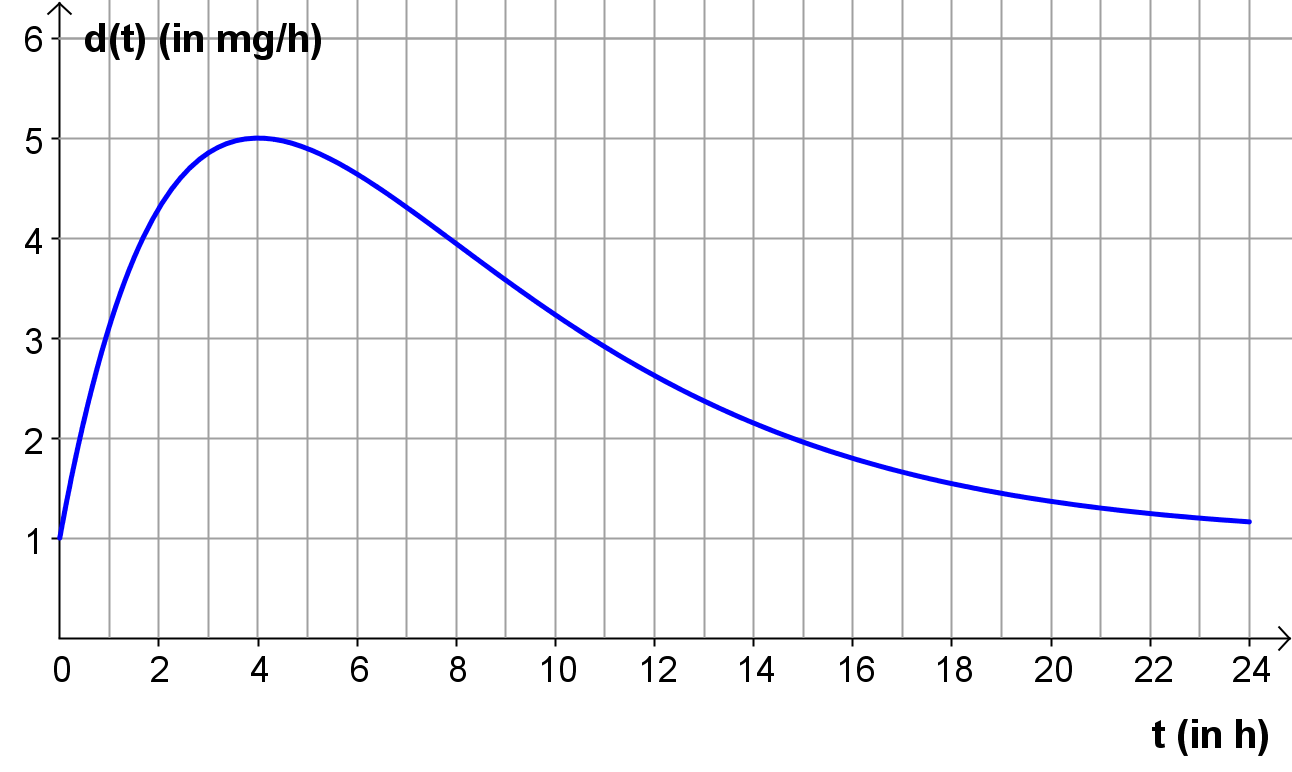


Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| Zum Zeitpunkt ist und zum Zeitpunkt befindet sich gleich viel Wasser in der Badewanne. | ⭘ |
|  | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt ist und zum Zeitpunkt befindet sich gleich viel Wasser in der Badewanne. | ⭘ |
| Mit lässt sich die gesamte im Zeitraum zu­geflossene Wassermenge berechnen. | ⭘ |
|  | ⭘ |

1. *L: ---*

Nach einer Operation erhält ein Patient eine Infusion. Die Abbildung zeigt die Dosierung (Zufuhr pro Zeit in mg/h) eines Medikamentes über einen Zeitraum von 24 Stunden.



Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| Mit lässt sich die durchschnittliche Dosierung des Medikaments in den ersten 24 Stunden berechnen | ⭘ |
|  | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt ist ist die Abnahme der Dosierung schwächer als zum Zeitpunkt . | ⭘ |
| Mit lässt sich die Menge des verabreichten Medikamentes in den ersten 24 Stunden berechnen. | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt hat der Patient die größte Medikamentenmenge im Körper | ⭘ |

1. *L: ---*

Gegeben ist eine Funktion mit für alle .

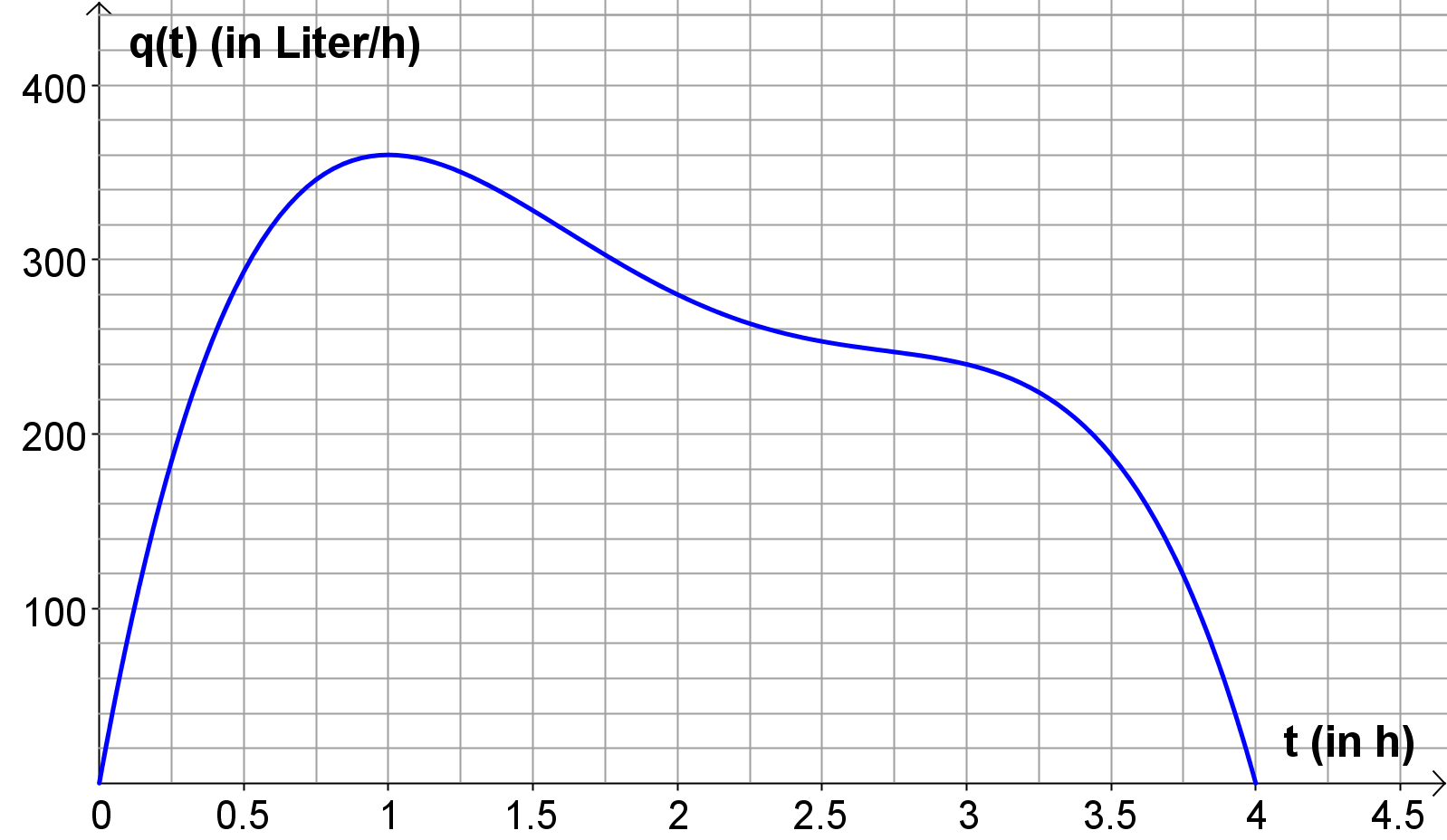
Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage ent­steht.

Wenn die Zeit und die ➀ zum Zeitpunkt ist dann ist ➁

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ➀ | |  | ➁ | |
| Arbeit | ⭘ |  | die verrichtete Arbeit im Intervall | ⭘ |
| Geschwindigkeit | ⭘ |  | die erbrachte Leistung im Intervall | ⭘ |
| Kraft | ⭘ |  | der zurückgelegte Weg im Intervall | ⭘ |

1. *L: ---*

Um 13 Uhr enthält ein Regenwassertank 500 Liter Wasser. Regenwasser füllt den Tank mit einer Zuflussrate . Die Zufluss­rate wird in Litern pro Stunde gemessen, die Zeit­messung beginnt um 13 Uhr.



Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| Mit lässt sich berechnen, wie viel Liter Wasser sich um 17 Uhr im Tank befinden | ⭘ |
| Zwischen 13 und 14 Uhr nimmt die Wassermenge im Tank zu, danach fließt Wasser ab. | ⭘ |
| Mit der Gleichung lässt sich berechnen, wann sich mehr als 1200 Liter Wasser im Tank befinden | ⭘ |
| Mit lässt sich die durchschnittliche Zuflussrate zwischen 13 und 17 Uhr berechnen. | ⭘ |
| Mit lässt sich berechnen, wie viel Liter Wasser zwischen 14 und 16 Uhr in den Tank fließen. | ⭘ |

1. *L: ---*

Gegeben ist eine Funktion mit für alle .

Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage ent­steht.

Wenn der Ort und die ➀ am Ort ist dann ist ➁

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ➀ | |  | ➁ | |
| Arbeit | ⭘ |  | die verrichtete Arbeit im Intervall | ⭘ |
| Geschwindigkeit | ⭘ |  | die erbrachte Leistung im Intervall | ⭘ |
| Kraft | ⭘ |  | der zurückgelegte Weg im Intervall | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Funktion gibt die Zuflussrate in einen Wasserspeicher zum Zeitpunkt an. Die Zuflussrate wird in und die Zeit in Stunden angegeben.



Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| Mit lässt sich berechnen, wie viel Liter Wasser in den ersten fünf Stunden in den Speicher geflossen ist. | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt befindet sich mehr Wasser im Speicher als zum Zeitpunkt . | ⭘ |
| Mit lässt sich berechnen, wie viel Liter Wasser in den ersten fünf Stunden in den Speicher geflossen ist. | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt und befindet sich gleich viel Wasser im Speicher. | ⭘ |
| Zum Zeitpunkt ist der Speicher leer. | ⭘ |

1. *L: ---*

Um eine Stahlfeder aus der Ruhelage um cm zu dehnen, ist die Kraft er­forderlich.

Gib an, was in diesem Kontext mit dem Ausdruck berechnet wird.