Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

1. *L: ---;* $\frac{9}{16}; \frac{3}{16}; \frac{3}{16}; \frac{1}{16}; $*312,75; 104,25; 104,25; 34,75; 2,25; -3,25; 3,75; -2,75; 0,75; 0,25*

Kreuzungsversuch von Mendel. In einem Versuch werden Erbsenpflanzen mit den Merkma­len gelb bzw. grün blühend und runde bzw. eckige Fruchtform gekreuzt.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | gelb | grün |
| rund | 315 | 101 |
| eckig | 108 | 32 |

Aufgrund der Mendelschen Vererbungsgesetze müsste sich folgendes Verhältnis erge­ben: 9 : 3 : 3 : 1.

1. Berechne die relativen Häufigkeiten der vier Ausprägungen.

Stelle die relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Ausprägungen.
2. Berechne die erwarteten Häufigkeiten und die absoluten Abweichungen.
3. Eine Erbse ist eckig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie gelb ist?
4. Eine Erbse ist gelb. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eckig ist?
5. *L: 0,46; 0,3; 0,16; 0,5; 0,4*

Eine Umfrage unter 900 Studierenden einer Universität hat folgende Daten ergeben:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Raucher | Nicht - Raucher |
| weiblich | 270 | 270 |
| männlich | 144 | 216 |

1. Wie groß ist die Wahr­scheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person raucht?
2. Wie groß ist die Wahr­scheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person eine Studentin ist, die raucht?
3. Wie groß ist die Wahr­scheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person ein Student ist, der raucht?
4. Die ausgewählte Person weiblich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie raucht?
5. Die ausgewählte Person ist männlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie raucht?
6. *L: 0,5271; 0,4729; 0,0423; 0,0065; 0,0488; 0,08025; 0,0137*

In einer medizinischen Studie wurden Daten von 10000 Personen festgehalten. Unter anderem wurden sie auf Rot - Grün - Blindheit getestet.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | männlich | weiblich |
| rot - grün blind | 423 | 65 |
| nicht rot - grün blind | 4848 | 4664 |

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Personen männlich bzw. weiblich ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person männlich bzw. weiblich ist und eine Rot - Grün - Blindheit aufweist?
3. Wie viel Prozent der Gesamtstichprobe sind rot - grün blind?
4. Eine zufällig ausgewählte Person männlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine Rot - Grün - Blindheit aufweist?
5. Eine zufällig ausgewählte Person ist weiblich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine Rot - Grün - Blindheit aufweist?
6. *L: 0,83333; 0,16667; 0,15167; 0,67; 0,82167; 0,91; 0,804*

Ein pharmazeutisches Unternehmen hat ein neues Medikament entwickelt. Nun wird das neue Medikament in einer Versuchsgruppe getestet.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Heilerfolg | kein Erfolg |
| neues Medikament | 91 | 9 |
| Standardmedikament | 402 | 98 |

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Versuchspersonen mit dem Standard­medikament bzw. mit dem neuen Medikament behandelt wurde?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Versuchsperson mit dem Standard­medikament bzw. mit dem neuen Medikament behandelt wurde und ein Heilerfolg eingetreten ist?
3. Bei wie viel Prozent der Versuchsgruppe tritt ein Heilerfolg ein?
4. Eine zufällig ausgewählte Versuchsperson wurde mit dem neuen Medikament be­handelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Heilerfolg aufgetreten ist?
5. Eine zufällig ausgewählte Versuchsperson wurde mit dem Standardmedikament be­handelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Heilerfolg aufgetreten ist?
6. *L: 0,85; 0,9; 0,51429; 0,48571; 0,875*

Ein Unternehmen versucht die Keimfähigkeit eines bestimmten Saatguts zu verbessern. In einem Versuch wurden jeweils gleich viele Saatkörner ausgebracht.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | bisherigesSaatgut | verbessertesSaatgut |
| gekeimt | 850 | 900 |
| nicht gekeimt | 150 | 100 |

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Saatkorn keimt?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Saatkorn der bisherigen bzw. des ver­besserten Saatgutes keimt?
3. Ein zufällig ausgewähltes Saatkorn ist gekeimt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ein Saatkorn der verbesserten Sorte ist?
4. Ein zufällig ausgewähltes Saatkorn ist gekeimt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ein Saatkorn der bisherigen Sorte ist?
5. *L: 0,32; 0,41667; 0,625; 0,2; 0,6*

In einer bestimmten Klasse haben am Ende des Schuljahres drei der 13 Burschen und fünf der 12 Mädchen einen ausgezeichneten Erfolg.

1. Stelle die Daten in einer Vierfeldertafel dar.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Zeugnis eine zufällig ausgewähltes Zeugnis eine Auszeichnung enthält?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Zeugnis einer zufällig ausgewählten Schülerin eine Auszeichnung enthält?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Zeugnis mit einer Auszeichnung einem Mädchen gehört?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Zeugnis einer Schülerin mit Auszeichnung gehört?
6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Zeugnis einem Mädchen gehört oder eine Auszeichnung enthält?
7. *L: ---*

In einer bestimmten Klasse haben am Ende des Schuljahres drei der 13 Burschen und fünf der 12 Mädchen einen ausgezeichneten Erfolg.

Ordne den verbalen Aussagen die passende formale Schreibweise zu, wobei

$E\_{1} …$ Mädchen; $E\_{2}…$ Auszeichnung

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Zeugnis einer zufällig ausgewählten Schülerin eine Auszeichnung enthält? | A |  |  | $$P\left(E\_{1}∧E\_{2}\right)=$$ |
| Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus­gewähltes Zeugnis mit einer Auszeichnung einem Mädchen gehört? | B |  |  | $$P\left(E\_{1}∨E\_{2}\right)=$$ |
| Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus­gewähltes Zeugnis einer Schülerin mit Auszeichnung ge­hört? | C |  |  | $$P\left(E\_{1}\left|E\_{2}\right.\right)=$$ |
| Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus­gewähltes Zeugnis einem Mädchen gehört oder eine Aus­zeichnung enthält? | D |  |  | $$P\left(E\_{2}\left|E\_{1}\right.\right)=$$ |

1. *L: 0,88; 0,52773; 0,88755*

Biathlon ist eine vornehmlich im Winter ausgetragene Sportart, die sich als Kombi­nationssportart aus den Disziplinen Skilanglauf und Schießen zusammensetzt. Ge­schossen wird auf je fünf Scheiben pro Schussbahn, die in einer Entfernung von 50 m angebracht sind. Treffer werden durch Verdecken der schwarzen Scheibe angezeigt, das Verfehlen einer Scheibe wird entweder mit einer ovalen Strafrunde von 150 Metern (Staffel, Massenstart, Verfolgung und Sprint) oder einer Strafzeit von einer Minute (Einzel) bedacht. Je nach Laufstärke des Athleten kann pro Strafrunde von einer Laufzeit von 20 bis 30 Sekunden ausgegangen werden.

Ein Athlet erzielt bei fünf Biathlon Wettbewerben mit je 20 abgegebenen Schüssen folgende Trefferzahlen: 16, 18, 18, 19, 17. Sein Trainer stellt sich folgende Fragen.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit der dieser Athlet eine Scheibe trifft?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er bei einer Serie (5 Schüsse) stets ins Schwarze?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Athlet bei einem Wettbewerb höchstens einen Fehlschuss abgibt?
4. *L: ---*

In einer Bevölkerungsgruppe werden folgende Ereignisse untersucht:

$E\_{1}… $ „die zufällig ausgewählte Person hat eine höhere Schulbildung“

$E\_{2}… $ „die zufällig ausgewählte Person wählt die Partei A“

Erkläre folgende symbolische Schreibweisen mit Worten:

$$P\left(E\_{1}\right), P\left(E\_{1}∧E\_{2}\right), P\left(E\_{1}∨E\_{2}\right), P\left(E\_{1}\left|E\_{2}\right.\right), P\left(E\_{2}\left|E\_{1}\right.\right), P\left(¬E\_{1}\left|E\_{2}\right.\right), P\left(E\_{1}\left|¬E\_{2}\right.\right)$$

1. *L: 0,6; 0,6; 0,66667; 0,61905; 0,5625; 0,5*

In einer experimentellen Untersuchung soll die Wirksamkeit einer bestimmten Therapie un­tersucht werden. An der Untersuchung nehmen insgesamt 100 Patienten teil. Die Hälfte von ihnen wird therapiert, die anderen bleiben unbehandelt (Kontrollbedingung). Alle Patienten wurden zu Beginn der Untersuchung einer zusätzlichen die Therapiemo­tivationunterzogen. Am Ende des Therapiezeitraumes werden die folgenden Ergebnisse ermittelt:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | motiviert | nicht motiviert |
|  | Heilung | keine Heilung | Heilung | keine Heilung |
| Therapie | 12 | 6 | 18 | 14 |
| keine Therapie | 26 | 16 | 4 | 4 |

1. Ist die Therapie wirksam? Berechne die Wahrscheinlichkeit einer Heilung die in der Thera­piegruppe und der Kontrollgruppe?
2. Berechne die Erfolgswahrscheinlichkeiten therapierter bzw. nicht therapierter Patien­ten in der Gruppe der motivierten und der Gruppe der nicht motivierten Pa­ti­enten?
3. Welcher scheinbare Widerspruch ergibt sich aus a) und b)? Versuche ihn zu erklä­ren.
4. *L:* $\frac{1}{12};\frac{11}{12}; \frac{1}{8};\frac{7}{8}$

Die Maus läuft in das Labyrinth. Kommt sie zu einer Weggabelung, so entscheidet sie sich zufällig für eine der Möglichkeiten, sie kehrt aber nie um.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie den Käse findet, ohne der Katze zu be­gegnen?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie der Katze begegnet?
3. *L:*$ \frac{1}{2}\ne \frac{3}{4} ∙\frac{1}{2}; \frac{3}{8}=\frac{1}{2} ∙\frac{3}{4}$

Eine Münze wird $n$ - mal geworfen. Es werden folgende Ereignisse betrachtet:

$E\_{1}… $ „Es fällt höchstens einmal Zahl“

$E\_{2}… $ „Jede Seite der Münze kommt mindestens einmal vor“

Sind die Ereignisse für $n=2$ bzw. $n=3$ stochastisch unabhängig?

1. *L:* $\frac{3}{5} $

Im Nachbarraum werden zwei Würfel geworfen. Wir erhalten die Information, dass die Augensumme mindestens 8 beträgt.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt mindestens einer der Würfel eine Sechs?
2. Inwiefern liegt hier eine bedingte Wahrscheinlichkeit vor?
3. *L:* $\frac{1}{10};0; \frac{17}{50}; \frac{31}{100}; \frac{1}{2}¸\frac{2}{5}$

In einer Urne befinden sich zehn Kugeln mit den Nummern 0, 1, 2, …, 9. Beantworte folgende Fragen für den Fall, dass die gezogenen Kugeln zurück gelegt werden bzw. nicht zurück gelegt werden.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei gezogenen Nummern gleich sind?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei gezogenen Nummern eine Zahl bilden, die durch 3 teilbar ist?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei gezogenen Nummern eine un­gerade Zahl bilden, wenn die erste gezogene Nummer eine 7 ist?
4. *L: 0,2*

Eine bestimmte Krankheit kann durch einen Virus hervorgerufen werden, bricht aber nicht bei jedem Virusträger aus. Rund 25% der Menschen einer bestimmten Region tragen dieses Virus in sich, aber nur bei 5% der Virusträger bricht die Krankheit auch aus. Bei einer Untersuchung wird festgestellt, dass eine Person Virusträger ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Krankheit bei dieser Person tatsächlich ausbricht?

1. *L: 0,6*

In einem bestimmten Ort regnet es im August an einem Tag mit einer Wahr­scheinlichkeit von 50%. Die Wahrscheinlichkeit, dass es an zwei aufeinanderfolgenden Augusttagen regnet beträgt 30%. Angenommen regnet an einem Augusttag. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es auch am darauffolgenden Tag regnet?

1. *L: 0,98*

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Zug am Ausgangsbahnhof pünktlich ab­fährt liegt bei 95%. Die Wahrscheinlichkeit, dass er am Ausgangsbahnhof pünktlich ab­fährt und am Zielbahnhof pünktlich ankommt liegt bei 93,1%. Mit welcher Wahr­scheinlichkeit kommt der Zug pünktlich am Zielbahnhof an, wenn er den Ausgangs­bahnhof pünktlich verlässt?

1. *L: 0,59614*

Für einen heute 15-jährigen Österreicher beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er seinen 70 Geburtstag überlebt 70,284%. Die Wahrscheinlichkeit, dass er den 80. Geburtstag erreicht immerhin 41,899%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann der seinen 70. Geburtstag erlebt, auch seinen 80. Geburtstag erlebt?

(Sterbetafel 1998, Statistik Austria)

1. *L:* $\frac{1}{52}=\frac{1}{13}∙\frac{1}{4} $

Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten wird eine Karte gezogen.

$E\_{1}… $ „Die gezogene Karte ist ein König“

$E\_{2}… $ „Die gezogene Karte ist eine Herzkarte“

Sind die Ereignisse stochastisch unabhängig?

1. *L:* $\frac{1}{4} $

Balduin hat aus einem Kartenspiel mit 52 Karten eine Karte gezogenen, verrät Kunigunde aber nur, dass es eine Bildkarte ist.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ein König ist?
2. Berechne die gesuchte Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Formel für bedingte Wahr­scheinlichkeiten.
3. *L:* *0,02725; 0,97275*

Balduin und Kunigunde gehen ins Casino. Balduin setzt fünf Mal hintereinander auf Rouge. Kunigunde denkt, dass sie ihre Chancen erhöht, wenn sie abwechselnd auf Rouge und Noir setzt, wobei sie mit Rouge beginnt.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin alle Spiele verliert?
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Kunigunde alle Spiele verliert?
3. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin mindestens einmal gewinnt?
4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Kunigunde mindestens einmal gewinnt?
5. *L:* $\left(\frac{18}{37}\right)^{6}=\left(\frac{18}{37}\right)^{5} ∙\frac{18}{37}$

Kunigunde beobachtet, dass beim Roulette in den vorangegangenen Spielen fünf Mal hintereinander Rouge geglommen ist und setzt deshalb auf Noir. Ist es unter diesen Vo­raussetzungen wahrscheinlicher, dass Noir kommt?

1. *L:* $\frac{16}{37}; \frac{14}{37}$

Balduin, Amalia und Kunigunde besuchen eine Spielbank und spielen Roulette. Balduin spielt Carrè und wählt die Zahlen 32, 33, 35, 36.

1. Kunigunde setzt auf das Colonne 34. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin oder Kunigunde gewinnt?
2. Amalia setzt auf das Colonne 34. Kunigunde setzt auf das Erste Duzend. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Amalia oder Balduin gewinnt?
3. Darf zur Berechnung der gesuchten die Additionsregel verwendet werden?
4. *L:* $\frac{18}{37}; \frac{19}{37}; \frac{18}{37}; \frac{20}{37}; \frac{7}{37}; $*34; 0; 36; 0; 12; 0; 17; 5*

Amalia geht ins Casino und setzt beim Roulette jeweils einen Jeton auf zwei Spiel­möglichkeiten. Dies sind die Ereignisse $E\_{1} $und $E\_{2}$. Berechne jeweils die Gewinnwahr­scheinlichkeit und untersuche ob die Additionsregel verwendet werden darf.

1. Sie setzt auf 7 und Impair.
2. Sie setzt auf 27 und Rouge. 27 ist rot.
3. Sie spielt Transversale Pleine (22, 23, 24) und Impair.
4. Sie spielt Transversale Simple (16, 17, 18, 19, 20, 21) und Cheval (30, 33).
5. Angenommen sie gewinnt. Berechne jeweils den minimalen und maximalen Gewinn.
6. *L: 25%;* 7/9; 8/11

Von zwei Urnen A und B ist bekannt, dass Urne A drei weiße und sieben schwarze Ku­geln enthält und Urne B acht weiße und zwei schwarze Kugeln. Balduin weiß, aber nicht welches die eine und welches die andere Urne ist. Er wählt zufällig eine Urne aus und zieht eine Ku­gel. Ist diese schwarz, so glaubt er Urne A gewählt zu haben, ist sie hinge­gen weiß, so glaubt er aus Urne B gezogen zu haben.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich Balduin irrt.
2. Balduin hat eine schwarze Kugel gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er sich richtig entschieden hat.
3. Balduin hat eine weiße Kugel gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er sich rich­tig entschieden hat.
4. *L: 0,2; 1:4*

In einer Lotterie gibt es fünf „Superlose“. Die fünf Besitzer werden in eine TV - Show ein­geladen in der der Hauptpreis, eine Million Euro, verlost wird. In einer Urne befinden sich vier silberne und eine goldene Kugeln. Jeder Kandidat zieht eine Kugel und behält diese. Wer die goldene Kugel zieht gewinnt den Hauptpreis, die silbernen Kugeln enthal­ten Trostpreise, wie Reisen, Autos etc.

1. Zeige, dass die Wahrschein­lichkeit die Million zu gewinnen, nicht davon abhängt an wel­cher Stelle (als Erster, Zweiter, ...) ein Kandidat seine Kugel zieht.
2. Gib die Gewinnwahrschein­lichkeit als Chancenverhältnis an und erkläre diesen Be­griff.
3. *L: W, WSS; 1/2; 2/3*

Ein Herrscher bietet einem zum Tode Verurteilten folgendes Spiel an. Er gibt ihm zwei weiße und zwei schwarze Kugeln, die er auf zwei Urnen so verteilen soll, dass zumin­dest eine Kugel in jeder Urne ist. Der Henker wählt zufällig eine Urne und zieht aus dieser eine Kugel. Ist die gezogene Kugel weiß wird der Verurteilte begnadigt, ansonsten hinge­richtet.

1. Wie soll er die Kugeln verteilen, dass seine Chancen am günstigsten sind?
2. Wie groß sind seine Chancen im ungünstigsten, im günstigsten Fall?
3. *L:* $\frac{2}{3}; \frac{1}{3} $

Zwei Ehepaare nehmen rein zufällig an einem runden Tisch mit vier Stühlen Platz.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Ehepaare jeweils nebeneinander sit­zen?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die jeweiligen Ehepartner diametral gegenüber sitzen?
3. *L: 0,505*

In einer Urne befinden sich 100 Kugeln mit den Nummern 1 bis 100. Es werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der gezogenen Nummern größer als 100 ist.

1. *L: 0,51351; 0,43243; -1; 0,05405; 33*

Balduin geht ins Casino und spielt Roulette. Er kauft sich drei Jetons gleichen Wertes und platziert diese wie folgt. Einen Jeton auf Rouge und je einen auf 3 und 30.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin den gesamten Einsatz verliert.
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Rouge fällt, jedoch keine der von ihm gespiel­ten Plein - Zahlen. Wie groß ist der Nettogewinn?
3. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine der beiden vom ihm gespielten Plein - Zahlen fällt. Wie groß ist sein Nettogewinn?
4. *L:* $\frac{1}{3} $*; 1 : 2*

Auf drei gleich aussehende Kästchen mit jeweils zwei Schubladen werden von Kuni­gunde drei Gold- und drei Silbermünzen so verteilt, dass in einem Kästchen Gold - Silber und in den beiden anderen Gold - Gold und Silber - Silber liegen. In jeder Schublade liegt also eine Münze. Balduin nimmt nun zufällig eines der drei Kästchen, öffnet eine Schub­lade und findet eine Goldmünze.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der anderen Schublade dieses Kästchens eben­falls Gold liegt? Gib auch das Chancenverhältnis an.

1. *L: 2 : 1; 7 : 1*

Ein Dieb darf vor seiner Hinrichtung blind in eine von drei Kisten greifen. Eine Kiste enthält vier weiße und zwei schwarze Kugeln, eine je drei schwarze und weiße Kugeln und die dritte Kiste fünf weiße und eine schwarze Kugel. Zieht er eine weiße Kugel, so wird er begnadigt. Der Dieb fragt, ob er die Kugeln umordnen darf. Der Wunsch wird ihm gewährt.

1. Wie groß sind seine Chancen bei der ursprünglichen Verteilung der Kugeln?
2. Wie soll er die Kugeln verteilen? Wie hoch ist nun seine Chance?
3. *L: 1 : 5; 5 : 1; 5 : 1; 91 : 125; 4,21€ und 5,79€*

Zwei Spieler hinterlegen jeweils 10 € und werfen abwechselnd einen Würfel. Der erste Spie­ler erhält 5 Punkte, wenn eine Sechs fällt, der zweite Spieler erhält einen Punkt, wenn keine Sechs fällt. Den gesamten Einsatz erhält jener Spieler der zuerst 15 Punkte erreicht hat. Das Spiel muss vorzeitig abgebrochen werden. Bisher wurde folgende Au­genzahlen geworfen: 6, 1, 3, 3, 4, 2, 3, 5, 6, 1, 4, 2, 3, 5.

1. Ist das Spiel fair? Berechne das Chancenverhältnis, die Quote und die faire Quote.
2. In welchem Verhältnis ist der Einsatz fair zu teilen und wie viel erhält jeder Spieler zu­rück?
3. *L: 3/4; 1/4; 3 : 1; 3 : 1; 75€; 25€*

Zwei gleich starke Spieler A und B spielen ein Spiel. Es wird vereinbart, dass derjenige Spie­ler gewonnen hat, welcher zuerst fünf Spiele gewonnen hat.

1. Wie groß ist die Wahr­scheinlichkeit, dass bei einem Spielstand von 4 : 3 Spieler A bzw. Spieler B gewinnt? Gib auch das Chancenverhältnis an.
2. In wel­chem Verhältnis soll der Einsatz aufgeteilt werden, wenn bei einem Spielstand von 4 : 3 abgebrochen werden muss? Wie viel erhält jeder Spieler, wenn anfangs je­der Spieler 50 € hinterlegt hat?
3. *L: 2 : 5; 5 : 54;* $\frac{2}{7}; \frac{5}{59} $*; 250; 1080; 350; 1180*

Balduin geht auf ein Pferderennen und möchte 100 € wetten. Beim Pferd Sparkling Eyes er­hält er bei Sieg eine Quote von 2,5 : 1, beim Pferd Dark Planet wird hingegen bei Sieg eine Quote von 10,8 : 1 geboten.

1. Berechne die Chancen eines Sieges und die Gewinnwahrschein­lichkeiten?
2. Wie viel gewinnt Balduin jeweils im Falle eines Sieges? Wie viel wird ihm ausbe­zahlt?
3. Auf welches Pferd würdest du setzen? Begründe deine Antwort.
4. *L: 0,00005; 1: 19999; 170; 413; 8000000*

Albinismus ist eine angeborene Störung in der Biosynthese der Melanine und dem dar­aus resultierenden Mangel an Pigmenten in Haut, Haaren und Augen. Die Betroffenen nennt man Albinos. Weltweit ist einer von 20.000 Menschen von Albinismus betroffen.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit von Albinismus betroffen zu sein. Gib das entspre­chende Chancenverhältnis an.
2. Berlin hat knapp 3,4 Millionen Einwohner, Österreich 8,26 Millionen Einwohner. Wie viele Albinos sind jeweils zu erwarten?
3. Häufungen finden sich vor allem in Afrika mit einer doppelt so hohen Wahrscheinlich­keit. Wie groß ist die betrachte Bevölkerungsgruppe, wenn sich unter ihr 200 Albinos finden?
4. *L: 79,01%; 1,23%; 19,75%; 3,70%; 0,14%*

In einer Klasse sind 24 Schülerinnen und 3 Schüler. Am letzten Tag vor den Weih­nachtsfe­rien wird in den Fächern Mathematik und Psychologie eine mündliche Wieder­holung durchge­führt. Es wird in jedem Unterrichtsgegenstand ein(e) SchülerIn geprüft.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in beiden Unterrichtsgegenständen eine Schüle­rin, ein Schüler zur Wiederholung ausgewählt wird?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl ein Schüler als auch eine Schülerin ge­prüft wird?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in beiden Unterrichtsgegenständen der (die) gleiche Schüler (Schülerin) geprüft wird?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in beiden Unterrichtsgegenständen Peter geprüft wird?
5. *L: 37,5%; 26,7%; 13%; 87%; 58%;*

Eine Heilmittelfirma testet drei Medikamente A, B und C an 2000 Versuchstieren mit folgen­dem Ergebnis. A wird bei 500 Tieren verwendet und ergibt 200 positive Reaktio­nen, B wird ebenfalls bei 500 Tieren verwendet und ergibt 250positive Reaktionen, C wird bei 1000 Tie­ren verwendet und ergibt 300 positive Reaktionen.

1. Eines der 2000 Versuchstiere wird zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlich­keit, dass bei ihm eine positive Reaktion eingetreten ist?
2. Eines der 2000 Versuchstiere wird zufällig ausgewählt, und es wird an ihm eine posi­tive Reaktion festgestellt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mit A behan­delt wurde?
3. Es werden vier Tiere mit dem Medikament A behandelt. Wie groß ist die Wahrschein­lich­keit, dass keines eine positive Reaktion zeigt, und wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines eine positive Reaktion zeigt?
4. Einem Tier werden die Medikamente A und C verabreicht. Wie groß ist die Wahrschein­lich­keit, dass dieses Tier eine positive Reaktion zeigt, wenn man voraus­setzt, dass die bei­den Medikamente einander in ihrer Wirkung nicht beeinflussen?
5. *L: 0,0019; 0,000962; 0,33613; 0,78947; 19; 15; 4; 143,1; 48,1*

Eine Fabrik stellt ein Gerät her, welches einen elektronischen Schalter enthält. Dieser Schal­ter wird von zwei Firmen A und B bezogen, wobei 60% aller Schalter von A und 40% aller Schalter von B stammen. Erfahrungsgemäß sind 5% aller A - ­Schalter und 2% aller B - Schalter defekt. Die Endkontrolle der Fabrik akzeptiert 99,9% der intakten Schalter, aber fälschlicherweise auch 5% aller defekten Schalter.

1. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät in den Verkauf ge­langt und einen defek­ten Schalter besitzt.
2. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät mit intaktem Schalter nicht in den Ver­kauf gelangt.
3. Ein Gerät wurde aussortiert. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass es fälschlicher­weise aussortiert wurde?
4. Ein Käufer hat ein Gerät mit defektem Schalter gekauft. Wie groß ist die Wahrscheinlich­keit, dass dessen Schalter von Firma A geliefert wurde.
5. Ein Großhändler hat 10000 Geräte geordert. Wie viele Geräte haben einen defekten Schal­ter? Wie viele dieser defekten Schalter wurden von Firma A bzw. B geliefert?
6. Die Firmen A und B liefern insgesamt eine Charge von 50000 Schaltern. Wie viele Geräte werden aussortiert? Wie viele werden fälschlicherweise aussortiert?
7. *L: 0,27; 0,16; 0,1875; 160000; 30000; 100000; 30000*

Der Marktanteil der Firmen A, B und C für ein bestimmtes Billigprodukt ist 30%, 50% und 20%. Erfahrungsgemäß sind 10% der von A, 20% der von B und 15 % der von C angebote­nen Pro­dukte minderer Qualität.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt von A hergestellt wurde und in Ord­nung ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein von diesen Firmen angebotenes Pro­dukt von minderer Qualität ist?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein gekauftes Produkt minderer Qualität von A stammt?
4. Ein Großhändler kauft 1000000 Stück des Billigprodukts. Wie viel Stück sind minde­rer Qualität? Wie viele davon stammen von den Firmen A, B bzw. C?
5. *L: 0,1375; 0,0075; 0,30909; 0,095; 0,99130; 0,85; 0,9; 55; 17*

Ein Psychologe wählt aufgrund verschiedener Tests für größere Unternehmen aus zahl­reichen Bewerbern die geeigneten Bewerber für einen bestimmten Job aus. Aus Erfah­rung ist be­kannt, dass er 85% der geeigneten Bewerber, auch als geeignet einstuft, aber auch 10% der ungeeigneten Bewerber fälschlich als geeignet einstuft. Weiters ist be­kannt, dass nur 5% der Bewerber auch wirklich geeignet sind.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass einen Bewerber als geeignet einstuft wird.
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bewerber geeignet ist und diese Eignung uner­kannt bleibt.
3. Ein Bewerber wird als geeignet eingestuft. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er wirk­lich geeignet ist.
4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bewerber nicht geeignet ist und trotzdem als geeignet eingestuft wird.
5. Ein Bewerber wird als ungeeignet eingestuft. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er wirklich ungeeignet ist.
6. Wie groß ist die Sensitivität bzw. Spezifität des Tests, die Falsch – Positiv – Rate bzw. Falsch – Negativ – Rate? Erkläre diese Begriffe.
7. Es bewerben sich 400 Personen. Wie viele werden als geeignet eingestuft? Wie viele von diesen Personen sind wirklich geeignet?
8. *L: 0,08264; 0,01089; 0,00090; 0,99990; 0,9; 0,99; 98,01; 8,1;*

Angenommen, die Verlässlichkeit einer Durchleuchtung der Brust mit Röntgenstrahlen zur Entdeckung einer TBC betrage für TBC - Träger 90%, d.h. 10% der TBC - Träger bleiben bei der Untersuchung unerkannt; für TBC - freie Personen betrage sie 99%, d.h. 1% der TBC - freien Personen wird fälschlich als TBC - Träger diagnostiziert. In einer bestimmten Bevöl­ke­rung betrage die Prävalenz für TBC 0,1%.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mit dem Befund TBC auch wirk­lich TBC hat?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine als positiv diagnosti­ziert wird?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person krank ist und als positiv diagnosti­ziert wird?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mit negativem Testergebnis wirk­lich nicht TBC hat?
5. Wie groß ist die Sensitivität bzw. Spezifität des Tests? Erkläre diese Begriffe.
6. Angenommen 9000 Personen werden durchleuchtet. Bei wie vielen wird aufgrund der Durchleuchtung TBC diagnostiziert? Wie viele von diesen Personen haben wirk­lich TBC?
7. *L: 0,00725; 1 : 138; 0,000125; 1 : 7999*

Eine Region wird von drei Kraftwerken mit Energie versorgt. Bei einem Gewitter schal­tet sich jede der drei Hochspannungsleitungen unabhängig von den an­deren mit der für alle Kraftwerke gleichen Wahrscheinlichkeit $p=5\% $ ab. Im Notfall kann die Re­gion von zwei Kraft­werken versorgt werden.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenbruches der Stromversorgung.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich alle drei Kraftwerke abschalten?
3. Gib auch die Chan­cenverhältnisse an.
4. *L: 0,459; 0,68627; 0,315; 0,144; 459; 315; 144*

Von den Mitgliedern einer Krankenkasse wohnen im Schnitt 70% auf dem Land. Von den Landbewohnern nahmen 45% die Leistungen der Krankenkasse in Anspruch, von den Stadt­bewohnern hingegen 48%.

1. Wie viel Prozent der Versicherten, nahmen die Leistungen der Krankenkasse in An­spruch?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Mitglied, das die Leistungen der Krankenasse in Anspruch nimmt, Landbe­wohner?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Mitglied, Landbewohner bzw. Stadtbewohner und nimmt die Leistungen der Kasse in Anspruch?
4. Wie viele von 1000 Mitgliedern nehmen die Leistungen der Krankenkasse in Ans­pruch? Wie viele von diesen Personen leben auf dem Land bzw. in der Stadt?
5. *L: 0,09395; 0,07664; 0,00720; 0,99913; 0,9; 0,93; 958; 90*

Um die Früherkennung von Brustkrebs ab einem bestimmten Alter zu fördern, wird Frauen empfoh­len, regelmäßig an Scree­nings (Reihentests für Frauen ohne Symptome) teilzunehmen. Angenommen, Sie führen in einer bestimmten Gegend des Lan­des ein sol­ches Brustkrebs -Screening mit Hilfe von Mammogra­phie durch. In der betreffenden Ge­gend liegen folgende Angaben über Frauen zwischen 40 und 50 vor, bei denen sich keine Symp­tome zeigen und die am Mammographie - Screening teil­nehmen. Die Wahrschein­lichkeit, dass eine dieser Frauen Brustkrebs hat, beträgt 0,8 Prozent. Wenn eine Frau Brustkrebs hat, beträgt die Wahrschein­lichkeit 90 Prozent, dass ihr Mammogramm posi­tiv ausfällt. Wenn eine Frau jedoch keinen Brustkrebs hat, beträgt die Wahrscheinlich­keit 7 Prozent, dass ihr Mammogramm den­noch positiv ausfällt.

Die wiedergegebenen Daten entsprechen den Ergebnissen der jeweils ersten Screening - Mammographie von 26.000 amerikanischen Frauen über 30 (Kerlikowske 1996)

1. Angenommen, bei einer Frau ist das Mam­mogramm positiv. Wie hoch ist die Wahr­schein­lichkeit, dass sie tatsächlich Brust­krebs hat?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau als positiv diagnosti­ziert wird?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau krank ist und als positiv diagnosti­ziert wird?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau mit negativem Befund wirklich kei­nen Brustkrebs hat?
5. Wie groß ist die Sensitivität bzw. Spezifität des Tests? Erkläre diese Begriffe.
6. Angenommen das Screening wird bei 12500 Frauen durchgeführt. Bei wie vielen Frauen fällt der Befund positiv aus? Wie viele dieser Frauen haben tatsächlich Brust­krebs?

1. *L:* 5/11; 1/22; 0; 1/3

Zwölf Personen müssen durch die Zollkontrolle und geben an, sie hätten nichts zu ver­zollen. Unter ihnen sind aber drei Schmuggler von Zigaretten. Einer der Schmuggler ist Thomas. Der Zöllner kon­trolliert willkürlich zwei Personen.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einen Schmuggler erwischt?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei Schmuggler erwischt?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er alle Schmuggler erwischt?
4. Der Zöllner erwischt einen Schmuggler. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um Thomas handelt?
5. *L: 36%; 28,125%; 15,625%; 126; 56,25%; 192; 54; 30; 108;*

An einer Universität kann sich jeder Student für eine bestimmte Prüfung den Prüfer aus­su­chen. 30% der Studenten wählen Professor Huber, 25% Professor Buber und 45% Professor Gruber aus. Bei Professor Huber fallen bei der 1. Prüfung erfah­rungsgemäß 40%, bei Profes­sor Buber 60% und bei Professor Gruber nur 20% der angetretenen Kandi­daten durch.

1. Wie viel Prozent der Kandidaten fallen durch?
2. Ein Student hat die Prüfung bestanden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er bei Profes­sor Huber, Buber bzw. Gruber angetreten?
3. Insgesamt treten 300 Studenten an. Wie viele bestehen die Prüfung insgesamt, bei Profes­sor Huber, Buber bzw. Gruber?
4. Welche möglichen Ursachen gibt es, dass nicht alle Studenten bei Professor Gruber antre­ten?
5. *L: 0,145; 0,68966; 0,27586; 0,03448; 0,442; 87; 60; 24; 3*

Die Belegschaft einer Firma setzt sich wie folgt zusammen: 50%Arbeiter, 40% Anges­tellte und 10% leitende Angestellte. Aus Erfahrung sei bekannt, dass während eines Jah­res ein Ar­beiter mit Wahrscheinlichkeit 0,2, ein Ange­stellter mit Wahrscheinlichkeit 0,1 und ein Lei­tender Ange­stell­ter mit Wahr­scheinlichkeit 0,05 die Firma verlässt.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit scheidet ein bestimmtes Belegschaftsmitglied wäh­rend eines Jahres aus?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Mitarbeiter, welche die Firma verlässt, ein Arbei­ter, ein Angestellter, ein leitender Angestellter?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit verlässt kein Angestellter oder leitender Angestell­ter die Firma?
4. Die Firma beschäftigt insgesamt 600 Mitarbeiter. Wie viele Mitarbeiter verlassen die Firma während eines Jahres? Wie viele davon sind Arbeiter, Angestellte bzw. lei­tende Angestellte?
5. *L: 0,034; 0,08824; 0,44118; 0,23529; 0,23529; 3400; 300; 1500; 800; 800*

In vier verschiedenen Landstrichen mit $N\_{1}=10000$, $N\_{2}=30000$, $N\_{3}=20000$ und $N\_{4}=40000$ Einwohnern trete erfahrungsgemäß ein Merkmal mit den Wahrscheinlichkei­ten $p\_{1}=3\%$, $p\_{2}=5\%$, $p\_{3}=4\%$ und $p\_{4}=2\%$ auf.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person das Merkmal aufweist?
2. Eine Person weist das Merkmal auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus dem ersten Landstrich stammt?
3. Eine Person weist das Merkmal auf. Aus welchem Landstrich kommt sie am wahr­schein­lichsten? (Berechne die einzelnen Wahrscheinlichkeiten).
4. Wie viele Personen weisen das Merkmal auf? Wie viele davon stammen aus den einzel­nen Landstrichen?
5. *L:* $\frac{99}{125} $*; 3,8 : 1;* $\frac{9}{25} $*; 1 : 1,8; 0,36; 9 : 16; 10,8; 19,2; 0,70711;*

Beim Tennisspielen stehen die Chancen für Balduin, gegen Kunigunde einen einzelnen Satz zu gewinnen, 3 : 2. Bei einem Spiel siegt derjenige Spieler, der zuerst zwei Sätze ge­winnt.

1. Be­rechne die Wahrscheinlichkeit und die Chancen, dass Balduin siegt.
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit und die Chancen, dass Balduin ohne Satzverlust ge­winnt.
3. Kunigunde hat den ersten Satz gewonnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bal­duin trotzdem noch das Spiel gewinnt?
4. Kunigunde hat den ersten Satz gewonnen und das Spiel muss wegen plötzlich einsetzen­den Regens abgebrochen werden. In welchem Verhältnis soll die Platzmiete von 30 € auf­geteilt werden? Wie viel muss jeder bezahlen?
5. Kunigunde hat den ersten Satz gewonnen. Wie groß müsste die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin einen Satz gewinnt, sein, damit seine Chancen das Spiel doch noch zu gewinnen 1: 1 betragen?
6. *L: 0,84; 0,36; 0,24; 0,16; 0,70711; 0,6*

Ein Basketballspieler erhält zwei Freiwürfe. Aus langer Beobachtung weiß er, dass er mit 60% Wahrscheinlichkeit trifft.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal trifft.
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide Würfe ein Treffer sind.
3. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der zweite Wurf sitzt, wenn der erste danebengegangen ist.
4. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auch der zweite Wurf danebengeht, wenn der erste Wurf ein Fehlwurf war.
5. Wie groß müsste die Trefferwahrscheinlichkeit p sein, damit die Wahrscheinlichkeit von zwei Treffern 50% übersteigt?
6. Der zweite Wurf ist ein Treffer. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auch der erste Wurf ein Treffer war?
7. *L: 0,07344; 0,66892; 0,01078; 0,00079; 0,02960; 0,01980; 0,99999; 0,99979; je 99%; 269,6; 19,8; 495; 740*

Trisomie 21 ist eine genetische Anomalie, deren Träger das Chromosom Nr. 21 dreifach be­sitzen. Die auch als Down - Syndrom bezeichnete Ausprägung kann durch eine Frucht­wasseruntersuchung pränatal festgestellt werden. Das Untersuchungsergebnis ist in 99% aller Fälle positiv, in denen Trisomie 21 vorliegt. Ebenso ist der Befund in 99% al­ler Fälle, in denen der Fötus nicht vom Down - Syndrom betroffen ist, richtigerweise ne­gativ. Die Häu­figkeit des Down - Syndroms hängt stark vom Alter der Mutter ab. In der Altersklasse der 25 - jährigen Mütter ist lediglich einer von 1250 Föten betroffen, wäh­rend es in der Gruppe der 43 - Jähri­gen immerhin bei einem von 50 Föten auftritt.

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fötus mit positivem Untersuchungser­gebnis tat­säch­lich vom Down - Syndrom betroffen ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fötus *bzw.* ein betroffener Fötus als positiv di­agnostiziert wird?
3. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fötus mit negativem Untersuchungser­gebnis wirk­lich nicht vom Down - Syndrom betroffen ist?
4. Wie groß ist die Sensitivität bzw. die Spezifität der Fruchtwasseruntersuchung?
5. Angenommen die Untersuchung wird bei 25000 Schwangeren durchgeführt. In wie vielen Fällen ist das Ergebnis der Fruchtwasseruntersuchung positiv? Wie viele von diesen Föten weisen wirklich das Down - Syndrom auf?
6. *L: 0,09107; 0,00222; 0,16694; 0,00111; 0,9; 0,998; 549; 50; 451; 1; 399,333; 66,667; 600,667; 0,667;*

Ein bestimmter Spam - Filter erkennt eine Spam - Email mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%. Fälschlicherweise klassifiziert er auch 0,2% der Ham - Emails als Spam - Emails. Es wird angenommen, dass die Hälfte bzw. zwei Drittel der Emails Spam - Emails sind.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Email in der Mailbox eine Spam - Email ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Email in der Spam - Box keine Spam - Email ist.
3. Wie groß sind die Sensitivität und die Spezifität des Filters? Erkläre diese Werte.
4. Wie viel von 1000 eingehenden Emails gehen in die Mailbox bzw. Spam - Box? Wie viele davon sind jeweils in der falschen Box?

*Hinweis: Überlege wie das Testergebnis ausgefallen sein muss, damit eine Nachricht in die Mailbox bzw. Spam - Box gelangt.*

1. *L: 0,9; 0,92308; 0,72973; 0,78261;*

Ein einfacher Bayes - Filter: Entscheidend für die Güte eines Spam - Filters ist die Aus­wahl der richtigen Schlüsselwörter aufgrund derer Mails als Spam klassifiziert werden. In 13,5% der Spam - Emails kommt das Wort „xxx“ vor. In Ham - Emails kommt es hin­gegen nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 1,5% vor. Diese Werte ergeben sich aus der Klassifizierung Spam bzw. Nicht - Spam durch den Benutzer und die Analyse ausgehen­der Emails. Es wird angenommen, dass die Hälfte der Emails Spam - Nachrichten sind.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Email mit dem Wort „xxx“ tatsächlich ein Spam - Email ist? Übersteigt, diese Spam - Wahrscheinlichkeit einen bestimmten Wert, z.B.: 90%, so wird die Nachricht als Spam - Mail gefiltert.
2. Durch die Analyse der Mails hat sich ergeben, dass zwei Drittel der Nachrichten Spam- Emails sind. Wie groß ist nun die Spam - Wahrscheinlichkeit für das Wort „xxx“?
3. Das Wort „yyy“ kommt ebenfalls mit einer Häufigkeit von 13,5% in Spam - Mails, aber auch mit 5% Häufigkeit in Ham - Mails. Berechne die Spam - Wahrscheinlichkeit für das Wort „yyy“, wenn die Hälfte bzw. zwei Drittel der Nachrichten Spam - Mails sind.
4. Welche zwei möglichen Fehler entscheiden über die Güte eines Spam - Filters? Wa­rum werden auch die ausgehenden Mails statistisch analysiert?
5. *L: 109,5999; 9,6; 0,08759; 0,00912*

In einem Vergewaltigungsfall gibt es eine Übereinstimmung der DNA - Profile des Ange­klagten und einer Spur am Opfer. Außer dieser Übereinstimmung gibt es kaum einen Grund den Angeklagten der Tat zu verdächtigen. Der Sachverständige sagt aus, dass es rund 10 Mil­lionen Männer gibt, die der Täter gewesen sein könnten. Die Wahrschein­lichkeit, dass das DNA - Profil eines zufällig ausgewählten Mannes mit dem DNA - Profil der Spur am Opfer identisch ist beträgt nur 0,0001%. Wenn ein Mann dieses DNA - Profil aufweist, ergibt der DNA - Test mit 96% Wahrscheinlichkeit eine Übereinstimmung. Hat er dieses DNA - Profil nicht, so wird mit einer Wahrscheinlichkeit von nur 0,001% trotz­dem eine Übereinstimmung festgestellt. Im vorliegenden Fall wird eine Übereinstim­mung der DNA - Profile des Ange­klagten und der Spur am Opfer festgestellt.

1. Bei wie vielen der 10 Millionen Männer würde eine Übereinstimmung festgestellt?
2. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand bei dem eine Übereinstimmung festge­stellt wurde, wirklich das gleiche DNA - Profil wie die Spur am Opfer hat? Wie viele Männer sind dies?
3. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Verdächtige der Urheber der Spur ist?
4. Fälle ein Urteil: Ist der Verdächtige schuldig oder nicht schuldig?
5. *L: 0,011872; 1 : 83,2; 83,2 : 1; 1,5 : 1; 12 : 1; 0,07395; 1 : 12,5; 0,00040; 1: 2476;*

 *2476 : 1*

Beim Black Jack Spiel erhält der Spieler zunächst zwei Karten aus einem Stapel mit sechs Paketen a 52 Blatt. Wenn er will kann er sich weitere Karten geben lassen. Black Jack selbst ist eine Kartenkombination aus Ass und Bild oder Ass und 10 mit den ersten bei­den Karten. Beim Gewinn mit einem Black Jack bietet die Bank eine Quote von 3 : 2. Black Jack schlägt alle anderen Kartenkombinationen.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeit und das Chancenverhältnis für einen Black Jack.
2. Berechne die faire Quote für einen Black Jack. Ist das Spiel fair?
3. Hat der Croupier als erste Karte ein Ass, so kann man sich gegen eine Black Jack versi­chern, indem der Einsatz auf das Insurance - Feld gelegt wird. Zieht der Crou­pier einen Black Jack, so wird eine Quote von 2 : 1 geboten, ansonsten wird der Ein­satz eingezogen.
4. Lohnt sich die Versicherung? Berechne die faire Quote.
5. Der Spieler kann mit geteilter Hand (mit zwei getrennten Einsätzen) spielen, falls die ersten beiden Karten gleichwertig sind.
6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „Teilen“. Gib auch die Chancen an.
7. Der Siebener - Drilling besteht aus drei aufeinanderfolgenden Siebener und wird so­fort mit der Quote 3 : 2 ausbezahlt.
8. Berechne die Wahrscheinlichkeit und das Chancenverhältnis für einen Siebener - Drilling.
9. Berechne die faire Quote für einen Black Jack. Ist das Spiel fair?

*Hinweis: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, B, D, K, A; vier Farben; das Ass zählt wahlweise 1 oder 10*

1. *L: 0,36; 0,56; 0,08; 0,48; 0,48; 0,42; 0,42; 0,6; 0,32*

Zwei Adelige vereinbaren folgende Regeln für ein Duell. Sie stellen sich im Abstand von 50 Meter voneinander auf. Zunächst wird eine Münze geworfen, wenn Kopf fällt, darf Eduardo Alejandro Hernando de Alvarez den ersten Schuss tätigen, ansonsten Miguel Fernando Se­bastiano de Jimenez. Anschließend darf der zweite schießen. Das Duell wird beendet, sobald zwei Schusswechsel stattgefunden haben oder einer der beiden getrof­fen wurde. Die Wahr­scheinlichkeit, dass Alvarez bzw. Jimenez einen Treffer erzielen, beträgt bei jedem Schuss 4 : 1 bzw. 3 : 2.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlauf des Duells Alvarez bzw. Jimenez verletzt oder getötet wird?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlauf des Duells niemand verletzt oder getötet wird?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlauf des Duells Alvarez bzw. Jimenez verletzt oder getötet wird, wenn beide eine Trefferwahrscheinlichkeit von 0,8 bzw. 0,6 haben?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlauf des Duells Alvarez bzw. Jimenez verletzt oder getötet wird, wenn aus Gründen der Fairness der schlechtere Schütze beginnen darf?
5. *L: 0,02093; 0,045389; 0,97907; 5,1* ⋅ *10-5; 104,65; 4,75*

Zollhund Bruno ist auf das Aufspüren von Rauschgift abgerichtet. Wird Bruno bei der Zoll­kontrolle eines Reisenden eingesetzt, so ist bekannt, dass er mit 95%-iger Sicherheit bellt, falls dieser Rauschgift mit sich führt. Allerdings bellt Bruno erfahrungsgemäß auch in 2% der Fälle, in denen kein Rauschgift geschmuggelt wird. Schließlich ist noch be­kannt, dass etwa einer von 1000 Reisenden Rauschgift bei sich hat.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bruno bei der Kontrolle eines Reisenden bellt?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Reisender tatsächlich Rauschgift mit sich führt, falls Bruno bei der Kontrolle bellt?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bruno bei der Kontrolle eines Reisenden nicht bellt?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Reisender Rauschgift mit sich führt, falls Bruno bei der Kontrolle nicht bellt?
5. Bei wie vielen Personen bellt Bruno, falls 5000 Personen kontrolliert werden? Wie viele dieser Personen haben wirklich Rauschgift bei sich?
6. *L: 0,29289; 0,68377;* $2p-p^{2}$

Hubertus und Heribert gehen auf die Hasenjagd. Sie warten schon sehr lange und als ihnen endlich ein Hase vor die Flinte läuft, schießen sie gleichzeitig auf den Hasen. Beide haben dieselbe Trefferwahrscheinlichkeit $p$.

1. Wie groß ist die Trefferwahrscheinlichkeit $p$, wenn der Hase mit einer Wahrscheinlich­keit von 50% bzw. 90% getroffen wird?
2. Bestimme eine Funktion, welche die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase getroffen wird, in Abhängig­keit der Trefferwahrscheinlichkeit $p$ darstellt. Erstelle eine Tabelle ($∆p=0,01$) und zeichne den Graphen der Funktion.
3. *L: 0,95188; 0,21938; 0,27313; 0,47275; 0,68286; 0,78792; 0,04137; 0,09389; 0,15167; NTT; 0,21938*

Viele Jäger sind des Hasen Tod. Drei Jäger gehen auf die Hasenjagd. Sie treffen der Reihe nach mit den Wahrscheinlichkeiten 45%, 65% und 75%. Sie schießen gleichzeitig auf eine Hasen.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase tot ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase von allen drei Jägern getroffen wird?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase genau von einem Jäger getroffen wird?
4. Der Hase ist tot. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase vom ersten, zwei­ten bzw. dritten Jäger getroffen wurde?
5. Der Hase ist tot. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hase ausschließlich vom ersten, zweiten bzw. dritten Jäger getroffen wurde?
6. Welche Konstellation von Treffern und Nicht - Treffern ist am wahrscheinlichsten? Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit?
7. *L: 0,33490; 0,48225; 0,17798*

Sechs Jäger, alles perfekte Schützen, gehen auf Entenjagd. Sie lauern am Ufer eines klei­nen Teichs. Bald sind sechs Enten im Landeanflug auf den Teich. Die Jäger schießen gleichzeitig und jeder gibt einen Schuss ab. Jeder Jäger wählt sein Ziel zufällig aus.

1. Wie groß ist für eine bestimmte Ente die Wahrscheinlichkeit zu überleben?
2. Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit, wenn nur vier Jäger auf die Jagd gehen?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei sechs Jägern, aber nur vier Enten im Anflug?
4. *L:* $\frac{2}{3} $*; 0,496; 0,35750; 0,596 ;1; 0,5*

Zwei Adelige vereinbaren ein Duell. Der schwächere Schütze darf den ersten Schuss täti­gen. Wenn er nicht trifft, so darf der zweite Adelige schießen. Sie schießen abwechselnd so lange bis einer getroffen wurde oder jeder der beiden seine drei Schuss vergeben hat.

1. Der schwächere Schütze hat eine Trefferwahrscheinlichkeit von 2 : 3. Wie groß muss die Trefferwahrscheinlichkeit p des zweiten Schützen, damit das Duell fair ist? Be­rechne je­weils die Wahrscheinlichkeit getroffen zu werden.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit getroffen zu werden falls beide Schützen eine Trefferwahrscheinlichkeit von 2 : 3 haben?
3. Der schwächere Schütze hat eine Trefferwahrscheinlichkeit von 50%. Wie groß muss die Trefferwahrscheinlichkeit p des zweiten Schützen, damit das Duell fair ist? Be­rechne je­weils die Wahrscheinlichkeit getroffen zu werden.
4. *L: 1/3; 1 : 2; 1/10; 1 : 9; 1/15; 1/2; 5/36; 1/36; 25/36*

Zwei coole Jungs, Brandon und Dylan, spielen das Chicken Game. Sie rasen in ihren Sport­wagen mit hoher Geschwindigkeit aufeinander zu. Wer ausweicht, beweist damit seine Angst und hat das Spiel verloren. Weicht keiner aus, haben beide Spieler zwar die Mutprobe bestan­den, ziehen jedoch daraus keinen persönlichen Nutzen, weil sie durch den Zusammenprall ihr Leben verlieren oder zumindest schwer verletzt sind. Die Chan­cen, das Brandon ausweicht, betragen nur 1 : 5, jene, das Dylan ausweicht hingegen 2 : 3.

1. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit von Brandon bzw. Dylan. Gib auch die jewei­lige Gewinnchance an.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide aufweichen?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keiner ausweicht?
4. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit, wenn auch Dylan mit einer Wahrscheinlich­keit von lediglich 1 : 5 ausweicht. Wie groß ist nun die Wahrschein­lichkeit, dass beide bzw. keiner ausweicht?
5. *L: 0,006; 0,008; 0,014; 0,42857; 14; 6*

Ein Unternehmen stellt Fahrräder her. Untersuchungen in der Montageabteilung haben erge­ben, dass an den Tagen Dienstag bis Freitag montierte Fahrräder mit einer Wahr­scheinlichkeit von 1% Montagefehler aufweisen, montags montierte mit einer Wahr­scheinlichkeit von 3%. Es wird nur an den Arbeitstagen Montag bis Freitag, an jedem Tag die gleiche Stückzahl, montiert.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrrad am Mon­tag produziert wurde und einen Montagefehler aufweist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrrad nicht am Mon­tag produziert wurde und einen Montagefehler aufweist?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gekauftes Fahrrad einen Montage­feh­ler aufweist?
4. An einem aus dieser Produktion stammenden Fahrrad ist eine fehlerhafte Montage festge­stellt worden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Fahrrad montags mon­tiert wurde?
5. Das Unternehmen produziert 200 Fahrräder pro Tag. Wie viele Fahrräder der Produk­tion einer Woche weisen einen Montagefehler auf? Wie viele von diesen Fahrrädern entfallen auf den Montag?
6. *L: 0,25; 0,105; 0,24615; 0,48462; 0,26923; 390; 96; 189; 105*

Bei einer Meinungsumfrage zum Thema Aktien als Anlageform waren 16% der Befrag­ten jünger als 30 Jahre, 42% zwischen 30 und 50 Jahre, die restlichen Befragten älter als 50 Jahre. Dabei ergab sich, dass 60% der unter 30 - Jährigen und 45% der zwischen 30 und 50- Jähri­gen Aktien als Anlageform in Betracht ziehen. 61% der Befragten würden ihr Geld nicht in Aktien anlegen.

1. Wie viel Prozent der über 50 - Jährigen würden ihr Geld in Aktien anlegen?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person älter als 50 ist und Aktien als Anlageform in Betracht zieht?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die Aktien als Anlageform in Be­tracht zieht, jünger als 30, zwischen 30 und 50 bzw. älter als 50 Jahre ist?
4. Angenommen es wurden 1000 Personen befragt. Wie viele Personen ziehen Aktien als Anlageform in Betracht? Wie viele dieser Personen entfallen auf die einzelnen Al­ters­gruppen?
5. *L:* $P\left(Ja\right)=0,09∙p+0,21; 0,21\leq P\left(Ja\right)\leq 0,3$; 0,255; $\frac{2}{3}$

Rudolphine kandidiert für das Amt der Schulsprecherin. Aus einer Meinungsumfrage ist bekannt, dass sie von 21% der Schüler und 30% der Schülerinnen unterstützt wird. Es liegen jedoch keine Daten vor, wie groß der Anteil $p$ der SchülerInnen sein wird, die von ihrem Stimmrecht Gebrauch machen werden.

1. Rudolphine rechnet, 21% + 30% = 51%, und freut sich. Ist ihre Freude verfrüht?

Berechne den voraussichtlichen Anteil an Ja - Stimmen. In welchem Bereich liegt die­ser?

1. Angenommen es gehen gleich viele Schüler, wie Schülerinnen, zur Wahl. Mit wie vie­len Stimmen kann Rudolphine rechnen?
2. Wie groß müsste der Anteil der Schülerinnen bei der Wahl sein, damit Rudolphine mit 27% der Stimmen rechnen kann?
3. *L:* $-2p^{3}+3p^{2}$*; 0,60641; 0,5; 0,71286*

Beim Tennisspiel gewinne Balduin gegen Kunigunde einen einzelnen Satz mit der Wahr­schein­lichkeit $p$. Bei einem Spiel siegt derjenige Spieler, der zuerst zwei Sätze gewinnt.

1. Be­rechne die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin siegt in Ab­hängigkeit von $p$. Erstelle eine Tabelle ($∆p=0,01$) und ein XY - Diagramm.
2. Be­rechne die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin siegt, wenn seine Chancen einen Satz zu gewinnen 4 : 3 betragen.
3. Ab welchem Wert von p ist die Gewinnwahrscheinlichkeit von Balduin größer als 50%?
4. Wie groß muss p mindestens sein, damit Balduins Chancen das Spiel zu gewinnen bei 4 : 1 stehen?
5. *L: 0,7; 0,054; 0,324; 0,467; 0,23640; 0,85553*

In einer Schule werden für die Eröffnung des Schulballes Paare gesucht, die Walzer tanzen können. Von den Schülerinnen und Schülern der Maturaklassen können 18 % Linkswalzer (und selbstverständlich auch Rechtswalzer) und 60 % nur Rechtswalzer tanzen, der Rest sind Nichttänzer. Der Prozentsatz an Burschen von jenen, die Links­walzer können, beträgt 30%. Der Prozentsatz an Burschen von jenen, die nur den Rechtswalzer können, beträgt 45%. Von den Nichttänzern und Nichttänzerinnen sind 65% Burschen.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit unter jenen, die den Linkswalzer können ein Mädchen zu finden?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit in den Maturaklassen einen Burschen zu finden, der Linkswalzer tanzen kann?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit in den Maturaklassen einen Burschen zu finden, der Walzer tanzen kann?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit in den Maturaklassen einen Burschen auszu­wählen?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mädchen Linkswalzer kann?
6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mädchen Walzer kann?
7. *L: Siehe Anhang Geburtstagsproblem*

Balduin veranstaltet eine Party. 15 Gäste sind versammelt.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Gäste am gleichen Tag Geburtstag feiern?
2. Bei wie vielen Gästen überschreitet die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Perso­nen am gleichen Tag Geburtstag feiern, 50%?
3. Balduin trifft Kunigunde. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie am gleichen Tag Geburtstag feiern?

*Anhang: Geburtstagsproblem*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$E$$ | … | mindestens zwei Personen haben am gleichen Tag Geburtstag |
| $$¬ E$$ | … | alle Personen haben an verschiedenen Tagen Geburtstag |
| $$k$$ | … | Anzahl der Personen |

$$P\left(E\right)=1-P\left(¬ E\right) $$

$$p\_{k}=P\left(¬ E\right)=\frac{365}{365}∙\frac{364}{365}∙\frac{363}{365}∙… ∙\frac{365-k+1}{365}$$

$$p\_{15}=0,7470986802363135 \rightarrow 1-p\_{15}=0,25290131976368646$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei der 15 Gäste am selben Tag Geburtstag haben, beträgt 25,3%

$$1-p\_{k}>0,5 \rightarrow p\_{k}<0,5$$

$$\begin{matrix}p\_{22}=0,5243046923374497\\p\_{23}=0,4927027656760144\end{matrix} \rightarrow k=23$$

Bei 23 Gästen übersteigt die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Gäste am selben Tag Geburtstag haben, 50%.

$$P\left(B∧K\right)=\frac{365}{365}∙\frac{1}{365}=0,00274$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Balduin und Kunigunde am selben Tag Geburtstag haben, beträgt 1 : 364.