Kosten – Preis – Theorie - Übungen

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Graph der Funktion $K$ ist in folgender Abbildung dargestellt.



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| Bei einer Absatzmenge von 40 ME ist der Kostenverlauf progressiv. | ⭘ |
| Bei einer Absatzmenge von 80 ME ist der Kostenverlauf degressiv. | ⭘ |
| Die Kostenkehre liegt bei einer Absatzmenge von 100 ME | ⭘ |
| Bei einer Absatzmenge von 180 ME ist der Kostenverlauf progressiv. | ⭘ |
| Bei einer Absatzmenge von 140 ME ist der Kostenverlauf progressiv. | ⭘ |

1. *L: 275*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Graph der Funktion $K$ ist in Aufgabe 1 dargestellt.

Berechne die Stückkosten für eine Absatzmenge von 40 ME.

|  |
| --- |
|  |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Graph der Funktion $K$ ist in Aufgabe 1 dargestellt.

Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| $$K^{''}\left(40\right)>0$$ | ⭘ |
| $$K^{''}\left(100\right)=0 ∧ K^{'''}\left(100\right)<0$$ | ⭘ |
| $$K^{''}\left(80\right)<0$$ | ⭘ |
| $$K^{''}\left(180\right)>0$$ | ⭘ |
| $$K^{''}\left(100\right)=0 ∧ K^{'''}\left(100\right)\ne 0 $$ | ⭘ |

1. *L: 65*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Graph der Funktion $K$ ist in Aufgabe 1 dargestellt. Die Stückkosten werden durch die Funktion $k$ beschrieben.

Für die Gesamtkostenfunktion $K$ gilt $K\left(x\_{0}\right)=13000$. Berechne $k\left(x\_{0}\right)$.

|  |
| --- |
|  |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt.

Ordne den Aussagen in der linken Spalten jeweils die entsprechenden Aussagen in der rechten Spalte zu.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| An der Stelle $x$ ist der Kostenverlauf degressiv. | A |  |  | $$K^{''}\left(x\right)>0$$ |
| An der Stelle $x$ ist der Kostenverlauf progressiv. | B |  |  | $$K^{'}\left(x\right)>0$$ |
| An der Stelle $x$ ist die Kostenkehre. | C |  |  | $$K^{''}\left(x\right)=0 ∧ K^{'''}\left(x\right)\ne 0 $$ |
| Die Gesamtkostenfunktion ist streng monoton wachsend. | D |  |  | $$K^{'}\left(x\right)<0$$ |
|  |  |  |  | $$K^{''}\left(x\right)<0$$ |
|  |  |  |  | $$K^{''}\left(x\right)=0 ∧ K^{'''}\left(x\right)>0$$ |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Erlös wird durch die Funktion $E$ und der Gewinn durch die Funktion $G$ beschrieben. Die Nachfrage ist durch die Funktion $p$ gegeben.

Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| $$E\left(x\right)=p\left(x\right)∙x$$ | ⭘ |
| $$G\left(x\right)=K\left(x\right)-E\left(x\right)$$ | ⭘ |
| $$E\left(x\right)=\frac{K\left(x\right)}{x}$$ | ⭘ |
| $$G\left(x\right)=p\left(x\right)∙x$$ | ⭘ |
| $$G\left(x\right)=E\left(x\right)-K\left(x\right)$$ | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Erlös wird durch die Funktion $E$ und der Gewinn durch die Funktion $G$ beschrieben. Der Gewinn wird bei einer Absatzmenge von $x\_{0}$ ME maximal

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| $$E\left(x\right)=K\left(x\right)$$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\right)=0 ∧ G^{''}\left(x\right)>0$$ | ⭘ |
| $$E^{'}\left(x\right)=K^{'}\left(x\right)$$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\right)=0 ∧ G^{''}\left(x\right)<0 $$ | ⭘ |
| $$G^{''}\left(x\right)=0 ∧ G^{'''}\left(x\right)\ne 0$$ | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Erlös wird durch die Funktion $E$ und der Gewinn durch die Funktion $G$ beschrieben. Das Intervall $\left(x\_{1};x\_{2}\right)$ ist der Gewinnbereich.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| $$G^{'}\left(x\_{2}\right)>0$$ | ⭘ |
| $$G\left(x\_{2}\right)=0$$ | ⭘ |
| $$E^{'}\left(x\_{1}\right)=K^{'}\left(x\_{1}\right)$$ | ⭘ |
| $$E\left(x\_{1}\right)=K\left(x\_{1}\right) $$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\_{1}\right)<0$$ | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Erlös wird durch die Funktion $E$ und der Gewinn durch die Funktion $G$ beschrieben. Das Intervall $\left(x\_{1};x\_{2}\right)$ ist der Gewinnbereich.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

|  |  |
| --- | --- |
| $$G^{'}\left(x\_{2}\right)>0$$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\_{1}\right)>0$$ | ⭘ |
| $$E\left(x\_{1}\right)=K\left(x\_{2}\right)$$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\_{2}\right)<0 $$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\_{1}\right)<0$$ | ⭘ |

1. *L: ---*

Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der ME angibt. Der Erlös wird durch die Funktion $E$ und der Gewinn durch die Funktion $G$ beschrieben.

Vervollständige die folgenden Sätze, damit sie mathematisch korrekt sind:

Bei einer Absatzmenge von $x$ ME ist der Gewinn maximal, wenn ➀ .

|  |
| --- |
| ➀ |
| $$G^{'}\left(x\right)=0 ∧ G^{''}\left(x\right)<0 $$ | ⭘ |
| $$G^{''}\left(x\right)=0 ∧ G^{'''}\left(x\right)\ne 0$$ | ⭘ |
| $$G^{'}\left(x\right)=0 ∧ G^{''}\left(x\right)>0 $$ | ⭘ |

Das Intervall $\left(x\_{1};x\_{2}\right)$ ist der Gewinnbereich, wenn ➁ .

|  |
| --- |
| ➁ |
| $$G\left(x\_{1}\right)=0$$ | ⭘ |
| $E^{'}\left(x\_{1}\right)=K^{'}\left(x\_{1}\right)$ $∧ E^{'}\left(x\_{2}\right)=K^{'}\left(x\_{2}\right)$ | ⭘ |
| $E\left(x\_{1}\right)=K\left(x\_{1}\right)$ $∧$ $E\left(x\_{2}\right)=K\left(x\_{2}\right)$ | ⭘ |

1. *L: 60; 12,667; 0,167; 32,167; 12,5; 0; 32; 6; 10,602; 10,587*

Ein Unternehmen kann monatlich maximal 15 ME eines bestimmten Produkts her­stellen. Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der Mengeneinheiten angibt.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{6}∙x^{3}-3x^{2}+18x+60$$

1. Wie hoch sind die Fixkosten? Bestimme die Termdarstellung einer Funktion, welche die variablen Kosten beschreibt.
2. Berechne die mittlere Änderungsrate in den Intervallen $\left[0;2\right], \left[5;7\right]$ und $\left[13;15\right]$. Welche Bedeutung hat die mittlere Änderungsrate im Kontext der Kosten­funktion?
3. Berechne mit $K^{'}\left(1\right), K^{'}\left(6\right)$ und $K^{'}\left(14\right)$. Welche Bedeutung hat die Änderungsrate im Kontext der Kosten­funktion.
4. Berechne den Wendepunkt der Gesamtkostenfunktion $K$ und den Anstieg der Funktion in diesem Punkt. Welche Bedeutung hat die Krümmung von $K$ im Kontext der Kostenentwicklung? Zeichne den Graphen der Gesamtkostenfunktion.
5. Zeige, dass die Funktion $K$ kein Extremstellen hat.
6. Bestimme das lokale Minimum der Stückkostenfunktion. Welche Bedeutung kommt diesem im ökonomischen Kontext zu? Zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
7. *L: 2; 1,56; 0,04; 3,72; 1,47; 0; 3,63; 5; 7,901; 1,01*

Ein Unternehmen kann monatlich maximal 12 ME eines bestimmten Produkts her­stellen. Die Gesamtkosten in GE werden durch die Funktion $K$ beschrieben, wobei $x$ die Anzahl der Mengeneinheiten angibt.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{25}x^{3}-\frac{3}{5}x^{2}+3x+2 $$

1. Wie hoch sind die Fixkosten? Bestimme die Termdarstellung einer Funktion, welche die variablen Kosten beschreibt.
2. Berechne die mittlere Änderungsrate in den Intervallen $\left[0;3\right], \left[4;6\right]$ und $\left[9;12\right]$. Welche Bedeutung hat die mittlere Änderungsrate im Kontext der Kosten­funktion?
3. Berechne mit $K^{'}\left(1,5\right), K^{'}\left(5\right)$ und $K^{'}\left(10,5\right)$. Welche Bedeutung hat die Änderungsrate im Kontext der Kosten­funktion.
4. Berechne den Wendepunkt der Gesamtkostenfunktion $K$ und den Anstieg der Funktion in diesem Punkt. Welche Bedeutung hat die Krümmung von $K$ im Kontext der Kostenentwicklung? Zeichne den Graphen der Gesamtkostenfunktion.
5. Zeige, dass die Funktion $K$ kein Extremstellen hat.
6. Bestimme das lokale Minimum der Stückkostenfunktion. Welche Bedeutung kommt diesem im ökonomischen Kontext zu? Zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
7. *L: 30; 16; 190; 19*

Gegeben sind die Nachfragefunktion $p\_{n}$ und die Angebotsfunktion $p\_{a}$.

$$p\_{n}\left(x\right)=19-\frac{1}{10} ∙x p\_{a}\left(x\right)=\frac{1}{5} ∙x+10$$

1. Welchen Zusammenhang beschreibt die Funktion Nachfragefunktion?
2. Welchen Zusammenhang beschreibt die Funktion Angebotsfunktion?
3. Berechne den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge. Welche ökonomische Bedeutung haben diese Größen?
4. Berechne die Sättigungsmenge und den Prohibitivpreis.
5. Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L: 30; 16; 190; 19*

Gegeben sind die Nachfragefunktion $x\_{n}$ und die Angebotsfunktion $x\_{a}$.

$$x\_{n}\left(p\right)=190-10 ∙p x\_{a}\left(p\right)=5 ∙p-50$$

1. Welchen Zusammenhang beschreibt die Funktion Nachfragefunktion?
2. Welchen Zusammenhang beschreibt die Funktion Angebotsfunktion?
3. Berechne den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge. Welche ökonomische Bedeutung haben diese Größen?
4. Berechne die Sättigungsmenge und den Prohibitivpreis.
5. Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L: 24; 16; 8; 96; 12; 7,58; 53,08; 12,63; 0,84; 11,97; 6; 42; 9,21; 5,16; 52,67*

Ein Unternehmen lässt durch ein Marktforschungsinstitut untersuchen, welcher Zu­sammen­hang zwischen dem Verkaufspreis $p$ (in GE) eines bestimmten Produkts und dem dabei zu er­wartenden Absatz $x$ (in ME) besteht. Es ergibt sich die Nachfragefunktion $x\left(p\right)$. Die Kos­tenstruktur wird durch die Funktion $K\left(x\right)$ be­schrieben:

$$K\left(x\right)=\frac{1}{6}∙x^{3}-3x^{2}+18x+6 x\left(p\right)=16-\frac{2}{3}p$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $x\left(p\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{1}{1500}x+15$; *15; 22500; 11250; 84375; 7,5; 8800; 37324,44; 2608; 12757; 6000; 40000; 9407; 4,84*

Ein Zeitschriftenverlag stellt mittels Umfrage folgenden Zusammenhang zwischen dem Stückpreis $p$ (in €) und der Absatzmenge $x$ (in Stück) fest. Bei einem Preis von 9 € können 9000 Stück verkauft werden. Wird der Preis um 2 € erhöht, so verringert sich die Absatz­menge um 3000 Stück. Die Kosten für Herstellung und Vertrieb werden durch folgende Funktion beschrieben:

$$K\left(x\right)=\frac{1}{7200000}x^{3}-\frac{1}{400}x^{2}+15x+10000$$

1. Bestimme die Funktionsgleichung der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Berechne die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L: 16; 168; 10,93; 31,21; 5; 15; 6; 55,8; 9,78; 7,49; 73,32*

Ein Unternehmen erzeugt Teddybären. Die Kostenstruktur des Unternehmens wird durch die Funktion $K\left(x\right)$ wiedergespiegelt. Die Kapazitäts­grenze liegt bei 16 ME. Der Marktpreis beträgt 10,50 GE/ME.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{10}x^{3}-\frac{9}{5}x^{2}+14x+15 $$

1. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
2. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
3. Wie groß ist der maximale Erlös und der zugehörige Preis?
4. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
5. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L:* $p\left(x\right)=160-\frac{13}{5}x+\frac{1}{100}x^{2}$; 160; 100; 80,632; 13,249; 40; 2880; 72; 40,964; 2878,756; 70,306; 8,331; 82,819

Für einen Büroartikel ergab die Marktbeobachtung die Preis - Absatz - Funktion $x\left(p\right)$. Für die Erzeugung dieses Artikels gilt die folgende Kostenfunk­tion. Die Kapazitätsgrenze liegt bei 120 ME.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{5}x^{2}-19x+1300 x\left(p\right)=130+10∙\sqrt{9+p}$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
3. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
4. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
5. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{1}{250}x+\frac{12}{5}$*; 300; 360; 2,4; 600; 250; 250; 1,4; 0; 500*

In einer Schule soll ein Getränkeautomat aufgestellt werden. Eine Umfrage ergibt, dass bei einem Verkaufspreis von 1,60 € pro Dose ein täglicher Verkauf von 200 Stück erwar­tet wer­den kann. Weiters resultiert aus der Befragung, dass sich der Absatz pro 0,20 € Preis­änderung um 50 Stück linear verändern würde.

* 1. Bestimme die Termdarstellung der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$ und interpretiere ihre Koeffizienten.
	2. Bei welchem Verkaufspreis wären die Einnahmen aus dem Automaten maximal? Wie groß sind diese? Bestimme Höchstpreis und Sättigungsmenge.
	3. Bei welcher Absatzmenge wird der Gewinn maximal, wenn die Kosten 0,4 € pro Dose betragen? Berechne den zugehörigen Preis, sowie die Grenzen des Gewinnbereiches.
	4. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
1. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{1}{1000}x+30;$ *15000; 15; 225000; 30; 30000; 10000; 100000; 20; 0; 20000*

Wird eine Musik - CD zu einem bestimmten Preis $p$ (in €) angeboten, so besteht eine Nach­frage $x$ (in Stück). Die Nachfrage wird durch folgende Funktion beschrieben:

$x\left(p\right)=30000-1000∙p$

* + 1. Bei welcher Absatzmenge und welchem Preis ist der Erlös maximal? Wie hoch ist der maximale Erlös? Bestimme Höchstpreis und Sättigungsmenge.
		2. Bei welchem Preis wird der Gewinn maximal, wenn die Kosten 10 € pro Musik - CD betra­gen? Berechne die zugehörige Absatzmenge, sowie die Grenzen des Gewinn­berei­ches.
		3. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
1. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{1}{250}x+9$*; 1125; 4,50; 5062; 9; 2250; 875; 3062,5; 0; 1750*

Beim Verkauf einer Zeitschrift wurde festgestellt, dass die Nachfrage bei steigendem Stück­preis linear absinkt. So wurden beim Preis von 3 € pro Exemplar 1500 Stück ver­kauft, bei 5 € nur 1000 Stück.

1. Berechne die Funktionsgleichung der linearen Nachfragefunktion und interpretiere ihre Koeffizienten.
2. Bei welchem Stückpreis und welcher Absatzmenge lässt sich der größtmögliche Erlös erzie­len? Bestimme Höchstpreis und Sättigungsmenge.
3. Bei welcher Absatzmenge wird der Gewinn maximal, wenn die Kosten 2 € pro Zeit­schrift betragen? Berechne den zugehörigen Preis und die Grenzen des Gewinnberei­ches.
4. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
5. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{4}{25}x+28$; *28; 175; 87,5; 1225; 14; 18,56; 357,83; 25,03; 7,99; 31,06; 5; 7; 7,90; 1,01; 10368*

Ein Fruchtsafthersteller führt ein Bannen - Kiwi - Fruchtsaftgetränk auf dem Markt ein. Die variablen Kosten werden durch die Funktion Kv beschrieben. Die fixen Kosten betra­gen 2 GE. Zur Bestimmung der Nachfragefunktion wird eine Marktbefragung durchge­führt, die folgen­den Zusammenhang zwischen Preis und Absatz liefert. Wird für das Produkt ein Preis von 8 GE verlangt, so können 125 ME abgesetzt werden. Wird der Preis um 4 GE er­höht, so verrin­gert sich die Absatzmenge um 25 ME.

$$K\_{v}\left(x\right)=\frac{1}{25}x^{3}-\frac{3}{5}x^{2}+3x$$

1. Bestimme die Funktionsgleichung der Nachfragefunktion $x\left(p\right)$ und interpretiere ihre Koeffizienten. Berechne die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{3}{100}x+15$*; 250; 1875; 7,5; 15; 500; 218,05; 806,64; 8,46; 37,13; 317,96; 166,67; 993,48; 10; 250,48; 4,55*

Ein Unternehmen bringt eine Schokolade mit einer exotischen Geschmacksrichtung auf den Markt. Eine Befragung hat folgende Resultate ergeben. Bei einem Absatz von 200 ME beträgt der Preis 9 GE. Werden weitere 50 ME verkauft, so verringert sich der Preis linear um 1,5 GE. Die Kostenstruktur wird durch folgende Funktion wiedergegeben:

$$K\left(x\right)=\frac{1}{5000}x^{3}-\frac{1}{10}x^{2}+17x+12 $$

1. Bestimme die Funktionsgleichung der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$ und interpretiere ihre Koeffizienten. Berechne die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=-\frac{1}{80}x+\frac{15}{2}$*; 300; 1125; 3,75; 7,5; 600; 300; 125; 3,75; 400; 2,5; 600; 0;*

Aus der Stadt A benutzen täglich 200 Mitarbeiter der Forschungsanlage F die direkte Bus­ver­bindung zwischen Stadt und Arbeitsstelle. Sie zahlen dafür bisher 5 € am Tag. Mit der Ta­geseinnahme von 1000 € können die Kosten dieser Busverbindung gerade ge­deckt werden. Durch eine Senkung des Fahrpreises auf der Strecke A - F können die ein­ge­setzten Busse besser ausgelastet werden. Aus Befragungen geht hervor, dass bei einer Preissenkung um je­weils 0,50 € pro Tag jeweils 40 Personen auf die Benutzung des ei­genen Pkws verzichten und den Bus für den Weg zur Arbeit nutzen werden.

* + 1. Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Preis - Absatz - Funktion und interpre­tiere die Koeffizienten.
		2. Bei welcher Anzahl von Fahrgästen wird der Erlös maximal? Wie hoch ist der maxi­male Erlös? Wie hoch ist dann der Fahrpreis? Bestimme den Prohibitiv­preis und die Sättigungsmenge.
		3. Bei welcher Anzahl von Fahrgästen wird der Gewinn maximal? Wie hoch ist der maxi­male Gewinn? Wie hoch ist dann der Fahrpreis? Bestimme die Grenzen des Ge­winnbe­reichs.
		4. Wie viele Fahrgäste können maximal befördert werden, wenn die Buslinie kostende­ckend geführt werden soll? Wie hoch ist nun der Fahrpreis?
		5. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
1. *L: 35; 612,5; 17,5; 35; 70; 29,512; 174,146; 20,244; 9,863; 44,939; 27,810; 116,804; 21,095; 11,454; 40,986; 29,512; 130,610; 20,244; 9,863; 44,939; 25; 42,653;*

Die Kostenstruktur für ein bestimmtes Produkt wird durch die Funktion $K\left(x\right)$wieder­gegeben. Die Preis - Absatz - Funktion ist durch $p\left(x\right)$ gegeben.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{125}x^{3}-\frac{3}{5}x^{2}+20x+150 p\left(x\right)=-\frac{1}{2}x+35$$

1. Berechne die erlösmaximierende Menge und den zugehörigen Preis, den maxima­len Er­lös, sowie den Höchstpreis und die Sättigungsmenge.
2. Er­mittle die gewinnmaximierende Menge und den zugehörigen Preis, den maximalen Ge­winn, sowie die Grenzen des Gewinn­bereichs.
3. Auf jede produzierte Mengeneinheit wird eine Steuer von $t=2 GE$, so dass sich die Gesamt­kosten um $T=t∙x$ erhöhen. Er­mittle nun die gewinnmaximierende Menge und den zugehörigen Preis, den maximalen Gewinn, sowie die Grenzen des Gewinn­bereichs.
4. Statt einer Mengensteuer hebt der Staat eine Gewinnsteuer in Höhe von 25% des er­zielten Gewinns ein. Er­mittle nun die gewinnmaximierende Menge und den zu­ge­hörigen Preis, den maximalen Gewinn, sowie die Grenzen des Gewinn­bereichs.
5. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L: 1000; 2333,33; 5; 363,257; 1426,262; 500; 853,062; 7500*

Bauer Kunibert baut Erdbeeren an zu deren Ernte er zeitlich befristete Arbeitskräfte an­stellen muss. Er liefert seine Erdbeeren an eine Handelskette und erhält einen Fixp­reis von 5 €/ME (1 ME $=$ 10 kg). Die variablen Kosten werden durch die Funktion $K\_{v}\left(x\right)$ be­schrieben. Die fixen Kosten betragen 1000 €.

$$K\_{v}\left(x\right)=\frac{1}{150000}x^{3}-\frac{1}{100}x^{2}+5x$$

1. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
2. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
3. Wie groß ist der maximale Erlös und wie hoch ist der zugehörige Preis?
4. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
5. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
6. *L:* $p\left(x\right)=1250-2x^{2}$*; 1250; 25; 14,434; 12028,131; 833,333; 13,103; 7413,137; 906,614; 2,364; 20,476; 8,333; 3851,852; 14,787; 33,215;*

Ein Betrieb erzeugt Gartentische. Für die Herstellung des Produktes entstehen für den Betrieb Fixkosten von 2000 GE. Die variablen Kosten lassen sich mit Hilfe der Funktion $K\_{v}\left(x\right)$ beschreiben. Die Abhängigkeit zwischen dem mengenmäßige Absatz $x$ (in ME) und dem Preis $p$ (in GE) wird durch die Funktion $x\left(p\right)$ beschrieben.

$$K\_{v}\left(x\right)=2x^{3}-50x^{2}+500x x\left(p\right)=\sqrt{625-\frac{1}{2}p}$$

1. Bestimme die Termdarstellung der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=15000-10x$*; 15000; 1500; 750; 5625000; 7500; 666,667; 3461481,481; 8333,333; 3,323; 1095,853; 516,667; 1911574,074; 776,658; 3019,529;*

Ein Betrieb hat sich auf den Bau von Yachten im oberen Preissegment spezialisiert. Für die Herstellung der Yachten entstehen dem Betrieb Fixkosten in der Höhe von 20000 GE. Die variablen Kosten lassen sich durch die Funktion $K\_{v}\left(x\right)$ beschreiben. Die Abhängigkeit zwischen dem mengenmäßige Absatz $x$ (in ME) und dem Preis $p$ (in GE) wird durch die Funktion $x\left(p\right)$ beschrieben.

$$K\_{v}\left(x\right)=\frac{1}{100}x^{3}-\frac{31}{2}x^{2}+9000x x\left(p\right)=1500-\frac{1}{10}p$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $x\left(p\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=1050-\frac{35}{16}x$ *; 240; 126000; 525; 232,678; 45333,772; 541,017; 46,004; 336,496; 200; 80200; 300,111; 300,667;*

Ein innovativer Kleinbetrieb hat ein neuartiges Windrad mit wesentlich höherem Wir­kungs­grad entwickelt. Vor der Markteinführung wurde der Markt beobachtet und analy­siert. Der theoretische Höchstpreis beträgt 1050 GE und die Sättigungsmenge liegt bei 480 Stück. Die Kos­tenstruktur bei der Pro­duktion wird durch die Kostenfunktion $K\left(x\right)$ wiedergegeben.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{100}x^{3}-6x^{2}+1200x+200$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $x\left(p\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Höchstpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=99-\frac{11}{10}x$ *; 99; 90; 45; 222,75; 49,5; 42,945; 670,564; 51,76; 10; 62,944; 40; 1540; 60,679; 29,657;*

Ein Porzellanhersteller bringt eine formvollendete Espressotasse auf den Markt. Mit Hilfe eine Kostenanalyse wurde die Kostenfunktion $K\left(x\right)$ ermittelt. Eine Marktanalyse hat er­geben, dass die Absatzmenge und der Preis in linearer Abhängigkeit stehen. Wenn 10 ME abgesetzt werden, so wird ein Preis von 88 GE erzielt. Wird die Absatzmenge um 20 ME erhöht, so fällt der Preis um 22 GE.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{50}x^{3}-\frac{12}{5}x^{2}+100x+100$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Preis - Absatz - Funktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=200-2x$*; 200; 100; 50; 5000; 100; 48,032; 3109,763; 103,936; 3,95; 79,634; 40;1840; 62,555; 34,525; KR =2304*

Eine kleine Molkerei hat ein neues Bio - Joghurt mit der Geschmacksrichtung Apfel - Kiwi entwickelt. Für die Produktion dieses Joghurts geht die Molkerei von folgender Kosten­funk­tion aus. Eine Marktbefragung hat ergeben, dass bei einem Preis von 10 GE genau 95 ME Bio - Joghurt abgesetzt werden können. Wird der Preis um 10 GE erhöht, so verringert sich die Absatzmenge um 5 ME.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{50}x^{3}-\frac{12}{5}x^{2}+100x+400$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Preis - Absatz - Funktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=330-5x$*; 330; 66; 33; 5445; 165; 30,969; 1732,894; 175,156; 3; 46,632; 30; 3672; 45,159; 96,597; KR = 2560*

In einem Chemieunternehmen wird die Leitung einer Abteilung von einem neuen Mitar­beiter übernommen. Die Abteilung produziert flüssige Waschmittel, die Produktion liegt derzeit bei täglich 10 ME und sollte nach Ansicht des neuen Abteilungsleiters erhöht werden. Die Fir­menleitung wünscht von ihm eine Auskunft über die zu erwartenden Produktionskosten und Gewinne. Aus einer Marktanalyse ist bekannt, dass der erzielbare Preis pro Tonne für das Wasch­mittel in linearer Abhängigkeit von der absetzbaren Menge x steht. Der theoretische Höchstpreis beträgt 330 GE, die Sättigungsmenge liegt bei 66 ME.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{9}x^{3}-10x^{2}+320x+72$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Preis - Absatz - Funktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=240-\frac{6}{5}x$*; 240; 200; 100; 12000; 120; 95,743; 3021,132; 125,109; 38,427; 143,244; 100; 9000; 167,765; 65,105*

Eine kleine Brauerei hat die zur Herstellung einer neuen Sorte Hefe - Weizen - Biers zu er­wartenden Kosten durch die Gesamtkostenfunktion $K\left(x\right)$ abgeschätzt. Eine Marktana­lyse hat ergeben, dass bei einer Absatzmenge von 120 ME ein Preis von 96 GE erzielt wird. Wird die Absatzmenge um 20 ME verringert, so steigt der Preis um 24 GE.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{250}x^{3}-\frac{6}{5}x^{2}+130x+4000$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=110-\frac{11}{2}x$*; 110; 20; 10; 550; 55; 10; 116,667; 55; 4,31; 14,12; 10; 433,333; 15,615; 31,53;*

Ein kleines Unternehmen stellt in seiner Manufaktur goldene Glücksbringer in Form von Ska­rabäus - Käfern in Handarbeit her. Die Herstellungskosten in Abhängigkeit von der Anzahl der gefertigten Glücksbringer werden durch die Kostenfunktion $K\_{h}\left(x\right)$ be­schrie­ben. Die Fixkosten betragen 100 GE. Zwischen der Absatzmenge und dem Preis besteht ein linearer Zusammenhang. Werden 10 ME abgesetzt, so lässt sich ein Preis von 55 GE erzielen. Wird die Absatzmenge um 2 ME erhöht, so fällt der Preis um 11 GE.

$$K\_{h}\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}-10x^{2}+100x$$

1. Interpretiere die Koeffizienten der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L:* $p\left(x\right)=\frac{64}{5}-\frac{1}{125}x^{2}$*; 12,8; 40; 23,094; 197,069; 8,533; 22,87; 91,805; 8,616; 6,404; 33,42; 20; 105; 31,278; 3,816;*

Die Gesamtkosten einer Kaffeerösterei hängen von der produzierten Kaffeemenge $x$(in ME)ab und werden durch die Gesamtkostenfunktion $K\left(x\right)$modelliert. Der Zusammen­hang von der abge­setzten Menge Kaffee und dem Preis $p$ (in GE) wird durch Nachfrage­funktion $x\left(p\right)$ beschrieben.

$$K\left(x\right)=\frac{1}{100}x^{3}-\frac{3}{5}x^{2}+12x+25 x\left(p\right)=\sqrt{1600-125p}$$

1. Bestimme die Funktionsgleichung der Nachfragefunktion $p\left(x\right)$. Bestimme die Sättigungs­menge und den Prohibitivpreis.
2. Berechne die Kostenkehre und interpretiere die Krümmung der Kostenfunktion.
3. Berechne das Betriebsoptimum und zeichne den Graphen der Stückkostenfunktion.
4. Berechne den maximalen Erlös und den zugehörigen Preis.
5. Berechne den maximalen Gewinn und den zugehörigen Preis. Bestimme die Grenzen des Gewinnbereichs.
6. Zeichne die Graphen der Kosten-, Erlös-, und Gewinnfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem.
7. *L: Stückpreis erhöhen, Gewinnbereich wird größer; 1000;* $E\_{neu}\left(x\right)=731,775∙x$; *nur bei 800 Stück wird genau kostendeckend produziert*

Eine Digitalspiegelreflexkamera wird zu einem Stückpreis von € 1.320 angeboten. Ein Produktionsbetrieb kann monatlich maximal 1 800 Stück dieser Kamera produzieren. Es

wird angenommen, dass der Verkaufspreis unabhängig von der verkauften Stückzahl $x$ konstant gehalten wird und alle produzierten Kameras auch verkauft werden. Die Funktion $K$ beschreibt die Gesamtkosten $K$ für die Produktion in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl $x$.

$$K\left(x\right)=0,00077∙x^{3}-0,693∙x^{2}+396∙x+317900$$

1. Zeichne die Graphen der Kostenfunktion $K$, der Erlösfunktion $E$ und der Gewinn­funktion $G$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.
2. Eine Stückpreisänderung wurde vorgenommen und hat bewirkt, dass der Break – Even -Point bei einer geringeren Stückzahl erreicht wird. Gib an, wie der Stückpreis verändert wurde und welchen Einfluss diese Veränderung auf die Lage der Nullstellen der Gewinnfunktion $G$ und den Gewinnbereich hat.
3. In der nachstehenden Grafik wurde die Erlösfunktion so abgeändert, dass die Graphen der Kostenfunktion $K$ und der Erlösfunktion $E\_{neu}$ einander im Punkt $T$ berühren. Be­stimme die Gleichung der Erlösfunktion $E\_{neu}$.
4. Interpretiere die Koordinaten des Punktes $T$ im gegebenen Kontext und erkläre, welche Auswirkungen die Änderung der Erlösfunktion auf den Gewinnbereich hat.



1. *L: progressiv,* $a>0\rightarrow $ *progressiv;* $a<0\rightarrow $ *degressiv; 1,49; 173,205*

Bei Firma A wird der Zusammenhang zwischen der monatlichen Produktionsmenge $x$ (in ME) und den entstehenden Produktionskosten $K\_{A}(x)$ (in GE) durch die Kostenfunktion $K\_{A}$ mit $K\_{A}\left(x\right)=0,01∙x^{3}-3∙x^{2}+350∙x+20000 $beschrieben. Firma A kann monatlich maximal 400 ME produzieren.

Bei Firma B wird der Zusammenhang zwischen der monatlichen Produktionsmenge $x$ (in ME) und den entstehenden Produktionskosten $K\_{B}(x)$ (in GE) durch die Kostenfunktion $K\_{B}(x)$ mit $K\_{B}\left(x\right)=0,5∙x^{2}+100∙x+15000$ beschrieben. Firma B kann monatlich maximal 300 ME produzieren.

1. Zeichne die Graphen der Kostenfunktionen $K\_{A} $und $K\_{B}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.
2. Untersuche, ob der Kostenverlauf bei Firma B progressiv oder degressiv ist. Begründe deine Antwort.

Allgemein kann eine solche Kostenfunktion in Abhängigkeit von den produzierten Mengeneinheiten durch eine Polynomfunktion $f$ zweiten Grades mit folgender Dar­stellung beschrieben werden: $f\left(x\right)=a∙x^{2}+b∙x+c$ $\left(a,b,c\in R,a\ne 0\right)$.

Für welche Werte von $a$ liegt im streng monoton wachsenden Bereich der Funktion ein progressiver bzw. ein degressiver Kostenverlauf vor? Begründe deine Antwort.

1. Die erste Ableitung einer Kostenfunktion bezeichnet man als Grenzkostenfunktion. Diese beschreibt näherungsweise die Kostensteigerung, wenn der Produktions­umfang vergrößert wird. Berechne, um wie viel GE sich der Wert der Grenzkosten­funktion bei einem Produktionsumfang von x = 50 ME vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten bei Firma A unterscheidet, wenn der Produktionsumfang von 50 ME auf 51 ME erhöht wird.

Für die vorliegende Kostenfunktion gilt die Aussage: „Die Funktionswerte der Grenz­kostenfunktion sind immer positiv.“ Interpretiere diese Aussage im Hinblick auf den Verlauf.

1. Für die Festlegung des Produktionsplans ist es erforderlich, die durchschnittlichen Kosten pro erzeugter ME in Abhängigkeit von der Produktionsmenge zu kennen. Die Stückkostenfunktion gibt den durchschnittlichen Preis pro erzeugter ME an.

Ermittle die Stückkostenfunktion $\overbar{K\_{B}}\left(x\right)$ bei Firma B. Gib an, bei welcher Produktions­menge die durchschnittlichen Stückkosten bei Firma B am kleinsten sind.